

Висновки

1. Для правильного вибору оптимального варіанту в ЕПС, що забезпечує економію енергоресурсів і матеріалів, необхідно в інженерній практиці використовувати більш коректну стохастичну модель за економічними критеріями, яка найбільш адекватно відображає реальний характер показників економічності.

2. Вибір елементів ЕПС пропонується здійснювати на основі стохастичної мінімізації питомих дисконтованих витрат за запропонованою методикою з застосуванням розробленої програми і підпрограм для ЕОМ в середовищі .Net Framework мовою C#, яка для зручності і простоти дозволяє отримати криві оптимальних за критерієм економічності параметрів розподілу електричних навантажень або зони економічних інтервалів цих параметрів.

Оцінка чутливості моделі стохастичної мінімізації питомих дисконтованих витрат, проведена з урахуванням зміни норми дисконту, тарифу на електроенергію та вартості капіталовкладень, показала, що у разі збільшення норми дисконту ($e_d=0,1 \rightarrow e_d=0,2$), значення вартості тарифу на електроенергію ($c_0=0,10006896$ тис.грн./кВт·год $\rightarrow c_0=0,0005678$ тис.грн./кВт·год) та збільшенні капіталовкладень збільшується значення середнього струму, за якого питомі дисконтовані витрати є мінімальними. Також в усіх цих випадках спостерігається розширення зон економічних інтервалів параметрів трансформаторів, тобто трансформатори певної номінальної потужності стає доцільно використовувати за більших середніх значень струму.

Література

1. Денисенко Н. А. Стохастическая модель выбора и оптимизации в системах электроснабжения по экономическим критериям / Н.А. Денисенко, И. Хоффманн // Изв. АН. Энергетика. – 1992. – № 5. – С. 87–94. – Библиогр. : с. 94.

2. Денисенко М. А. Спеціальні питання електропостачання [Текст] навч. посіб. / М.А. Денисенко. – К.: НТУУ «КПІ», 2009. – Ч. 1.: Вибір елементів електропостачальних систем на основі стохастичного моделювання процесів, що відбуваються в них. – 288 с. – Библиогр.: с. 273–283.

3. ГКД 340.000.002-97 «Методика определения экономической эффективности капитальных вложений в энергосистемы и электрические сети».

4. Денисенко Н. А. Применение вероятностных моделей в многокритериальной оптимизации параметров электроустановок / Н. А. Денисенко, И. Хоффманн, Е.Н. Иншеков – Тез. докл. Научно-техническая конференция «Повышение эффективности и качества электроснабжения», 19–21 мая 1990 г.: [тез. докл.]. – Мариуполь : Изд-во ММИ, 1990. – С. 42–45. – Библиогр. : с. 45.

УДК 536.248.2

А.И. СКИЦКО

ЧИСЛЕННОЕ RNG-МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОТОКА В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПАРОГЕНЕРИРУЮЩЕМ КАНАЛЕ

O. SKITSKO

NUMERICAL RNG - SIMULATION PARAMETERS OF THE FLOW IN A VERTICAL STEAM-GENERATING CHANNEL

Аннотация. На основе модифицированной RNG $k-\varepsilon$ модели проведено численное исследование двухфазного потока в вертикальном канале. Разработана многомерная математическая модель двухфазного потока, учитывающая эффекты фазового перехода. Проанализированы закономерности изменения теплогидравлических параметров потока в продольном и поперечном направлениях.

Ключевые слова: RNG – моделирование, двухфазный поток, теплообмен, гидродинамика, турбулентность.

Анотація. На основі модифікованої RNG k-ε моделі проведено чисельне дослідження двофазного потоку у вертикальному каналі. Розроблено багатовимірну математичну модель двофазного потоку, що враховує ефекти фазового переходу. Проаналізовані закономірності зміни теплогідрравлічних параметрів потоку по довжині і поперечному напрямку.

Ключові слова: RNG – моделювання, двофазний потік, теплообмін, гідродинаміка, турбулентність.

Summary. On the basis of modified RNG k-ε model numerical investigation of two-phase flow in a vertical channel is carried out. Multi-dimensional mathematical model of two-phase flow taking into account the effects of the phase transition was developed. The properties of thermo-hydraulic parameters of flow in longitudinal and transverse directions are analyzed.

Key words: RNG – modelling, two-phase flow, heat transfer, hydrodynamics, turbulence.

Введение

Обеспечение безопасной эксплуатации АЭС является одной из важнейших проблем современной энергетики. Возникновение аварийной ситуации и возможные ее последствия в значительной мере определяются закономерностями нестационарных теплогидравлических процессов, протекающих в оборудовании АЭС. Отсюда следует, что необходимо достоверное предсказание изменения основных параметров в элементах оборудования [1]. Решение этой задачи требует описания количественных характеристик нестационарных теплогидравлических процессов в оборудовании АЭС. В связи с отсутствием полного эмпирического базиса единственно возможным средством анализа нестационарных теплогидравлических процессов двухфазных потоков является расчетный анализ. К настоящему времени сформировался и достаточно обоснован путь получения уравнений, связывающих усредненные по времени и по пространству параметры двухфазных потоков. Этот путь базируется на применении к каждой из фаз двухфазной смеси, находящейся в элементарном объеме, законов сохранения массы, импульса и энергии и последующем усреднении уравнений, описывающих эти законы сохранения, по времени, а затем и по пространству. Изучение вопросов гидродинамики и теплообмена в элементах ВВЭР является актуальным с точки зрения безопасности работы. Их исследование, в дальнейшем, позволит лучше понять влияние различных факторов (неравномерное тепловыделение по высоте активной зоны, скачки мощности, падение расхода теплоносителя) на интенсивность теплообмена. Результаты численных исследований гидродинамических и теплофизических параметров в элементах ВВЭР позволяют оптимизировать параметры при проектировании ядерных реакторов и учитываются при создании систем аварийной защиты.

В данной статье проведено численное исследование пароводяного вскипающего потока в вертикальном канале длиной 1 м и диаметром 10 мм на основе пространственной модели [2].

Математическая модель

Данная модель была построена на основе ренормализационного анализа [3, 4]. Модель включает уравнения движения и неразрывности, уравнение энергии, уравнение кинетической энергии турбулентности и уравнение скорости диссипации.

Замыкается указанная система уравнением для турбулентной вязкости [5]

$$\mu_{kt} = \frac{1}{24\sqrt{15}} \left[\frac{\left(4k + 3\sqrt{6\pi C_K^3 \mu_k / \rho_k}\right)^2}{C_K^{3/2} \varepsilon} - 216 C_K^{3/2} \mu_k / \rho_k \right], \quad (1)$$

где $C_K = 1.605$ - ренормгрупповое значение константы Колмогорова, и выражением для турбулентного числа Прандтля

$$\left| \frac{\text{Pr}_{кэф}^{-1} - a}{\text{Pr}^{-1} - a} \right|^{\frac{a+1}{a+b}} \left| \frac{\text{Pr}_{кэф}^{-1} + b}{\text{Pr}^{-1} + b} \right|^{\frac{b-1}{a+b}} = \frac{\mu_k}{\mu_{кэф}}, \quad (2)$$

а также выражениями, учитывающими межфазовый обмен [6]

$$\begin{aligned} \varphi_1 + \varphi_2 = 1; \quad w_r = w_2 - w_1; \quad M_2 = -M_1 = \frac{\alpha_2 A_{\text{межф}}(T_2 - T_n) - \alpha_1 A_{\text{межф}}(T_1 - T_n)}{r}; \\ A_{\text{межф}} = \frac{6\varphi}{d_b}; \quad \alpha_1 = \frac{\text{Nu}\lambda_1}{l}; \quad \alpha_2 = \frac{\text{Nu}\lambda_2}{l}; \quad l = \frac{c_p \rho_1 \sigma T_n}{(r\rho_2)^2}; \quad \text{Nu} = 2 + 1,1\text{Pr}^{\frac{1}{3}}(\text{Re}_b)^{0,6}; \\ \text{Re}_b = \frac{\rho_1 |w_r| d_b}{\mu_1}; \quad d_b = \frac{4\sigma T_n \left(1 + \frac{T_n}{T_1}\right)}{r\rho_2 T_1}; \quad F = 0,75 \frac{c_d \rho_1 \varphi_1 \varphi_2 |w_r|}{d_b}; \quad F_b = \rho_k g; \end{aligned} \quad (3)$$

$$c_d = \begin{cases} 6.3/\text{Re}^{n_1} & \text{Re}_b > 100, \text{We} \leq 8 \\ 2.67 & \text{Re}_b > 100, \text{We} > 8 \\ \text{We}^{n_2} / 3.0\text{Re}_b > 2065.1/\text{We}^{n_3} \end{cases}; \quad \text{We} = \frac{\rho_1 |w_r|^2 d_b}{\sigma} - \text{число Вебера}, n_1 = 0.385, n_2 = 1.9, n_3 = 2.6$$

$$\begin{aligned} \tau_{kt} = \mu_{kt} \left(\nabla V_k + (\nabla V_k)^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot V_k \delta_{nm} \right); \quad S_h = \alpha_k A_k (T_k - T_n) + M_k (h_k - h_n); \quad S_K = \rho_1 \varphi_1 (G_K - \varepsilon) + \varphi_1 G_{KB}; \\ S_\varepsilon = \rho_1 \varphi_1 \frac{\varepsilon}{k} (C_1 G_K - C_2 \varepsilon) + \varphi_1 C_1 G_{KB} \frac{\varepsilon}{k}; \quad G_K = \mu_{11} \left(\nabla V_1 + (\nabla V_1)^T - \frac{2}{3} \nabla \cdot V_1 \delta_{nm} \right)^2; \\ C_1 = 1,42 \text{ и } C_2 = 1,68. \end{aligned}$$

Анализ результатов

На рис. 1 показан характер изменения профиля паросодержания в трех сечениях канала. На стенке значение паросодержания максимально во всех сечениях (так как тепловой поток направлен от стенки к потоку) и минимально в центре канала.

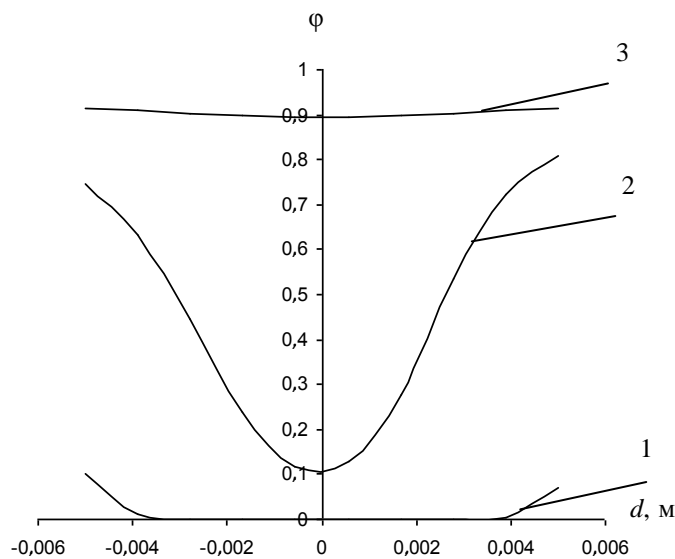


Рис. 1. Распределение истинного объемного паросодержания по сечению трубы на расстоянии от входа: 1 – 0,45 м, 2 – 0,7 м, 3 – 0,997 м.

В сечении 1 на расстоянии 0,45 м от входа весь генерируемый пар сосредоточен в узкой пристенной области (линия 1, рис. 1). По мере продвижения потока вверх по каналу увеличивается количество пара в ядре потока. Образуется седловидная форма профиля паросодержания (линия 2, рис. 1). В более удаленных от входа сечениях увеличивается количество пара в ядре потока и соответственно профиль выравнивается (линия 3, рис. 1). На выходе из канала наблюдается практически равномерное распределения пара по сечению канала, что свидетельствует о режиме развитого пузырькового кипения.

Также были рассчитаны и другие параметры потока: тепловые характеристики (профили температур), гидродинамические характеристики потока (профили скорости, кинетическая энергия турбулентности).

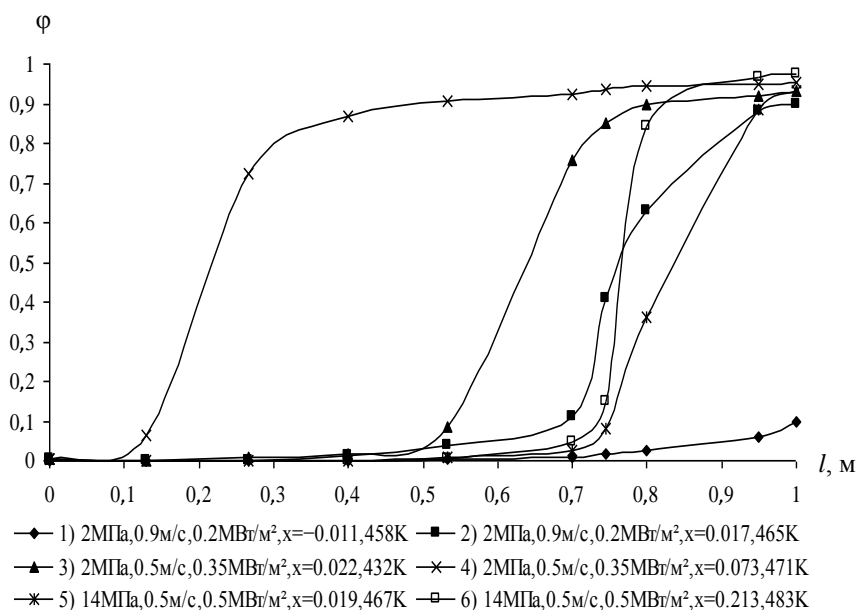


Рис. 2. Продольное распределение среднего по сечению трубы истинного объемного паросодержания.

Анализ полученных расчетных данных показывает (рис. 2), что независимо от температуры воды на входе, скорости, давления и теплового потока на стенке во всех рассчитанных случаях профиль паросодержания по длине трубы имеет подобную форму – плоский участок с малым паросодержанием, затем короткий участок резкого увеличения паросодержания и последний пологий участок высокого паросодержания, на котором значения паросодержания асимптотически стремятся к постоянной величине. На первом участке идет прогрев потока с генерацией малого количества пара у стенок канала (режим начала поверхностного кипения). На втором участке происходит резкое увеличение количества пара в потоке (режим неравновесного пузырькового кипения), на третьем участке - переход к режиму развитого пузырькового кипения.

В вариантах 4 и 6 при равных значениях скорости потока и различных давлениях и тепловом потоке первый участок в варианте 4 гораздо короче, чем в варианте 6, хотя тепловой поток в варианте 6 больше (температуры на входе имеют близкие значения). Это обусловлено тем, что в варианте 4 давление в 7 раз ниже, чем давление в варианте 6. Следовательно, парообразование в варианте 4 начинается намного раньше.

В вариантах 1, 2 и 3, 4 при равных значениях давления и различных значениях теплового потока и скорости первый участок в вариантах 3, 4 гораздо короче, чем в вариантах 1, 2. Это обусловлено, как величиной скорости, так и величиной теплового потока. Оба эти фактора способствуют тому, что в вариантах 3, 4 парообразование начинается гораздо раньше, чем в вариантах 1, 2.

В вариантах 1, 2 и 3, 4, и 5, 6 при попарно равных значениях давления, скорости и теплового потока первый участок в вариантах 1, 3 и 5 длиннее, чем в 2, 4 и 6. На это влияет значение температуры потока на входе: парообразование начинается раньше в вариантах, где она выше (варианты 2, 4 и 6). В вариантах 5 и 6 при больших давлениях, в отличие от остальных вариантов, длины первых участков почти одинаковы. Это объясняется тем, что при больших давлениях решающее влияние на диаметр зародыша пузырька оказывает давление.

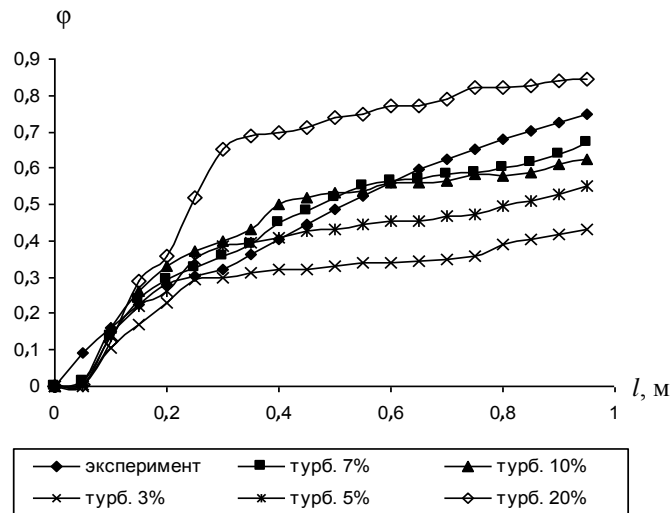


Рис. 3. Распределение среднего по сечению истинного объемного паросодержания по длине трубы при различной степени турбулентности потока на входе.

Результаты расчета по предложенной модели были также протестированы на основе эксперимента, проведенного на стенде ИТТФ НАН Украины «Кольцо». Результаты расчетов и экспериментальные данные по объемному паросодержанию приведены на рис. 3. Был исследован поток в канале диаметром 10 мм, длиной 1 м с параметрами на входе: массовая скорость $2000 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$, тепловой поток $1,7 \text{ МВт}/\text{м}^2$, температура воды 557 К . При расчетах задавалась различная степень турбулентности потока на входе в канал. Были исследованы варианты, когда Tu равнялась 3, 5, 7, 10, 20%. Наилучшее согласование с экспериментальными данными наблюдалось при значении Tu 7 и 10%. Это обусловлено тем, что экспериментальный стенд представляет собой гидродинамический замкнутый контур, в котором всегда поток обладает какой-то степенью турбулентности.

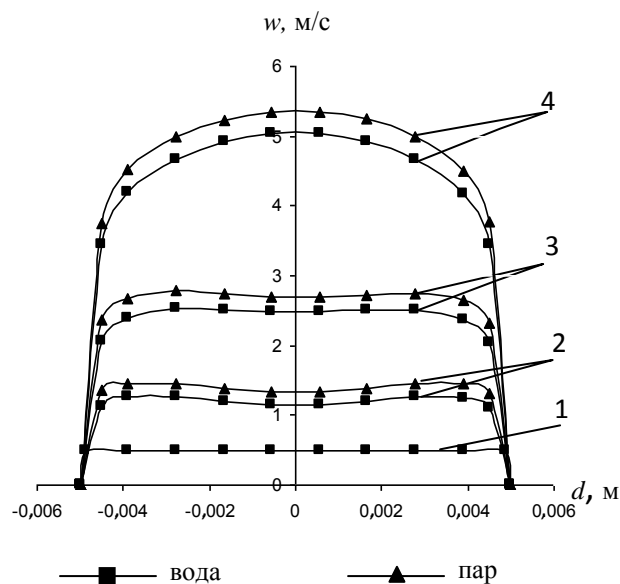


Рис. 4. Профили скорости воды и пара в сечениях: 1 – 0,002 м, 2 – 0,45 м, 3 – 0,7 м, 4 – 0,997 м от входа.

На рис. 4 показаны профили скорости воды и пара в разных сечениях при следующих параметрах: давление 2 МПа, массовая скорость $500 \text{ кг}/(\text{м}^2 \cdot \text{с})$, тепловой поток $0,35 \text{ МВт}/\text{м}^2$, температура воды на входе 432 К . В первом сечении, когда кипения еще нет, профиль скорости воды носит равномерный характер. В сечении 2 уже наблюдается парообразование и можно различить профили скорости воды и пара: скорость пара выше и скорость скольжения в центральной части канала при этом равняется $0,19$

м/с. Оба профиля имеют м - образный характер с небольшим прогибом в центре канала. Это обусловлено тем, что температура на периферии выше, чем в центральной области канала и, следовательно, на периферии меньше плотность. Это приводит к большему ускорению потока в периферийной области, что и ведет к указанной форме профиля. В сечении 3 оба профиля также имеют м - образный характер, но уже с меньшим прогибом, так как поле температур по сечению выравнивается. При этом скорость скольжения практически не меняется (0,21 м/с).

В сечении 4 профили скорости уже имеют форму, присущую развитому турбулентному потоку, без провала в центре канала, так как профиль температуры практически равномерный (рис. 7). Скорость скольжения равна 0,3 м/с. Подобные профили получены для других исследованных режимов и имеют подобный характер.

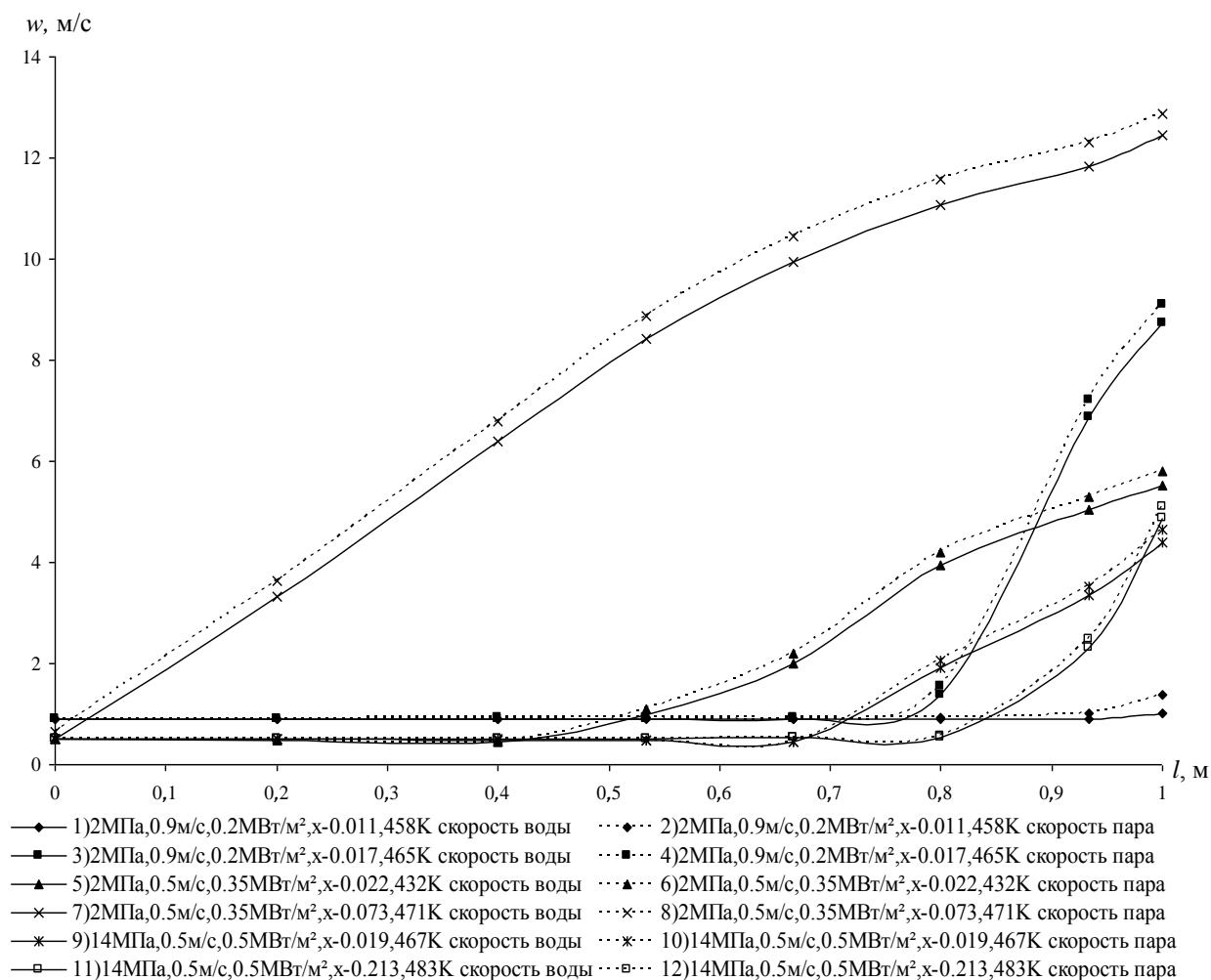


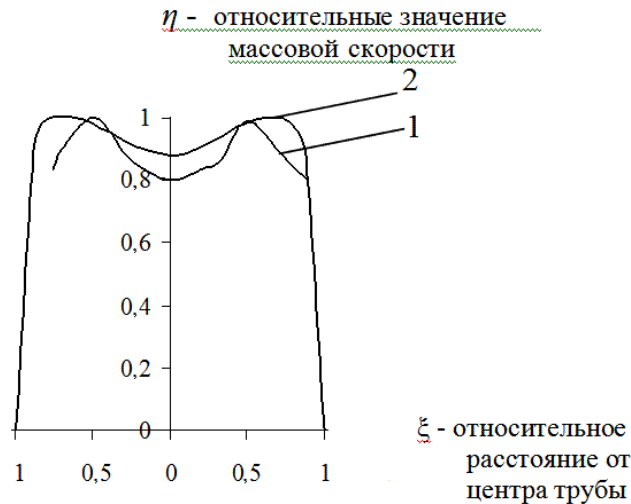
Рис. 5. Продольные профили распределения средней по сечению канала скорости воды и пара.

На рис. 5 представлены распределения средней по сечению канала скорости воды и пара по его длине. В зависимости от значений параметров потока форма распределения скоростей воды и пара по длине канала носит различный характер. Для режима с параметрами: давление 2 МПа, массовая скорость 900 кг/(м²·с), тепловой поток 0,2 МВт/м², температура на входе 458 К (рис. 5 линии 1, 2) профиль скорости мало изменяется. Это связано с большой скоростью потока, низкой температурой на входе и низким тепловым потоком. Вода в канале не успевает прогреться до температуры насыщения и только на выходе имеется слабое увеличение скорости.

Для режима с параметрами: давление 2 МПа, массовая скорость 900 кг/(м²·с), тепловой поток 0.2 МВт/м², температура на входе 465 К (рис. 5, линии 3, 4) скорость резко возрастает на выходе из канала. Несмотря на большую скорость и низкий тепловой поток, как и для режима с параметрами: давление 2 МПа, массовая скорость 900 кг/(м²·с), тепловой поток 0,2 МВт/м², температура на входе 458 К, данный вариант имеет большую температуру на входе, что и повлияло на более быстрый прогрев потока и увеличение скорости воды и пара недалеко от выхода.

Для режима с параметрами: давление 2 МПа, массовая скорость 500 кг/(м²·с), тепловой поток 0,35 МВт/м², температура на входе 432 К (рис. 5, линии 5, 6) скорость увеличивается примерно с середины длины канала. Связано это с более низкой скоростью и большим тепловым потоком в сравнении с предыдущими режимами, хотя температура на входе довольно низкая. В следующем режиме с параметрами: давление 2 МПа, массовая скорость 500 кг/(м²·с), тепловой поток 0,35 МВт/м², температура на входе 471 К (рис. 5, линии 7, 8) профиль скорости увеличивается, начиная с самого входного сечения в канал, так как температура воды на входе больше, чем в предыдущем варианте.

Режимы с параметрами: давление 14 МПа, массовая скорость 500 кг/(м²·с), тепловой поток 0.5 МВт/м², температура на входе 467 К и 483 К (рис. 5, линии 9, 10 и 11, 12) имеют почти одинаковые профили скорости воды и пара. В этих режимах достаточно велико значение давления, что и повлияло на малое изменение скорости воды и пара.



1 - эксперимент 2 - расчет

Рис. 6. Распределение приведенной массовой скорости пара в относительных величинах.

$$\eta = \frac{\rho_{\text{п}} w_{\text{п}}}{(\rho_{\text{п}} w_{\text{п}})_{\text{max}}}$$

С целью апробации данной модели были проведены расчеты для параметров, которые экспериментально исследовались в работе [7]. На рис. 6 приведено сравнение эксперимента ($p = 13,7$ МПа, $\rho w = 1500$ кг/(м²·с), $q = 0,4$ МВт/м², $x = 0,1$) и расчета для относительных величин массовой скорости пара. Из рисунка видно, что профиль расчетной массовой скорости имеет седловидную форму с максимумом в пристенной области и хорошо согласуется с экспериментальными данными.

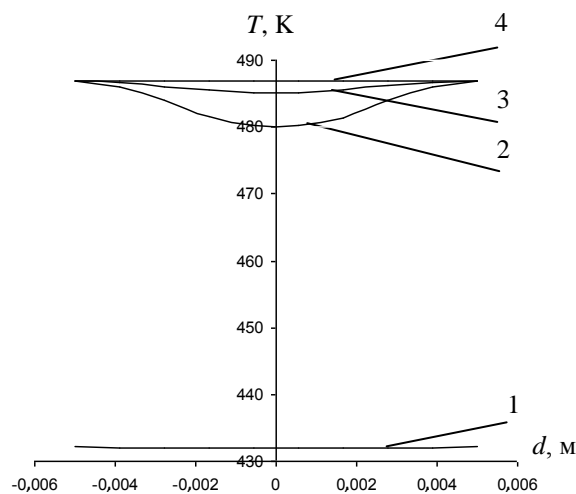


Рис. 7. Профили температуры воды по диаметру канала в разных сечениях: 1 – 0,002 м, 2 – 0,45 м, 3 – 0,7 м, 4 – 0,997 м от входа.

На рис. 7 показаны профили температуры воды в разных сечениях при следующих параметрах: давление 2 МПа, массовая скорость 500 кг/(м²·с), тепловой поток 0,35 МВт/м², температура на входе 432 К. На входе в канал (сечение 1), когда кипения еще нет, профиль температуры воды равномерный. В сечении 2 профиль носит неравномерный характер с максимальным значением около стенки, где температура близка к температуре насыщения. В центре канала температура имеет минимальное значение. В дальнейшем, при прохождении потока вниз по течению, характер профиля температуры не изменяется. Минимальное значение в центре канала увеличивается, а значение у стенки приближается к температуре насыщения. Температура в центре потока приближается к значению на периферии канала (сечение 3). В сечении 4 профиль температуры уже носит равномерный характер, по всему сечению температура потока достигла температуры насыщения. Подобно себя ведут и профили температуры, полученные для других исследованных режимов.

На рис. 8 представлено распределение средней по сечению канала температуры по его длине. Полученные расчетные данные хорошо согласуются с известными экспериментальными и аналитическими данными [1, 8].

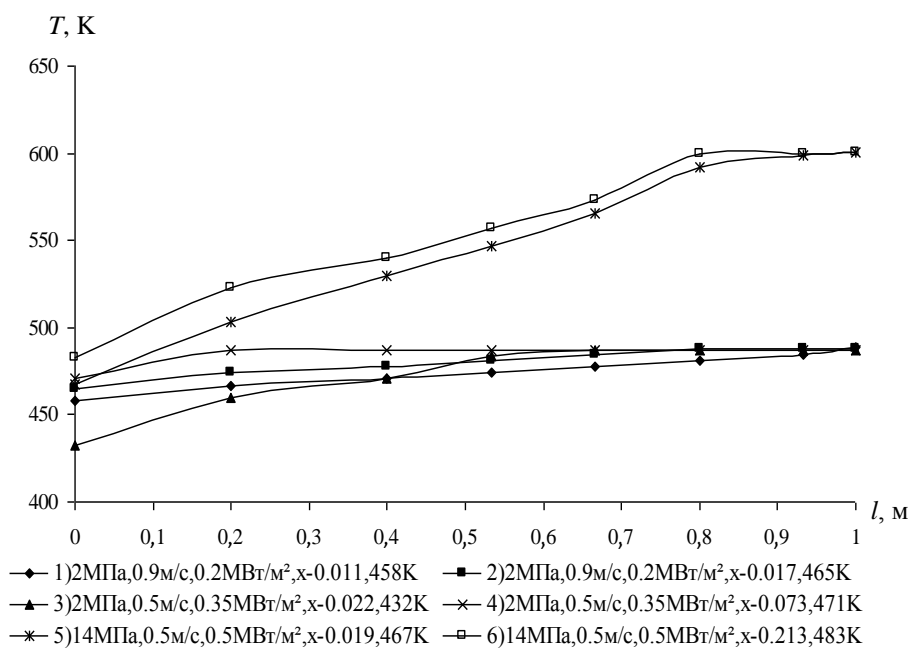


Рис. 8. Продольные профили распределения средней по сечению канала температуры.

При сравнении режимов 3 и 5 (равные значения скорости потока и различные давления и тепловые потоки) видно, что первый участок в режиме 3 гораздо короче, чем в режиме 5, хотя тепловой поток в режиме 5 больше. Это обусловлено тем, что в режиме 3 давление в 7 раз ниже, чем давление в режиме 5, что позволяет потоку достичь температуры насыщения гораздо быстрее в режиме 3.

В режимах 1, 2 и 3, 4 при равных значениях давления и различных значениях теплового потока и скорости первый участок в режимах 3, 4 гораздо короче, чем в режимах 1, 2. На это повлияли как величина скорости, так и величина теплового потока. Оба эти фактора способствуют тому, что при режимах 3, 4 поток прогреется до температуры парообразования гораздо раньше, чем в режимах 1, 2.

В режимах 1, 2 и 3, 4 и 5, 6 при попарно равных значениях давления, скорости и теплового потока первый участок в режимах 1, 3 и 5 длиннее, чем в 2, 4 и 6. Это связано с температурой потока на входе. Теплоноситель прогреется до температуры насыщения быстрее там, где температура воды на входе выше (режимы 2, 4 и 6). В режимах 5 и 6 при больших давлениях, в отличие от остальных режимов, длины первых участков почти одинаковы. Как было сказано выше, в этих режимах решающее влияние на диаметр зародыша пузырька оказывает давление.

Выводы

1. Исследование показало, что независимо от температуры воды на входе, скорости, давления и теплового потока на стенке, во всех рассчитанных случаях профиль паросодержания по длине трубы имеет подобную форму – плоский участок с малым паросодержанием, затем короткий участок резкого

увеличения паросодержания и последний, пологий участок высокого паросодержания, на котором значения паросодержания асимптотически стремятся к постоянной величине.

2. На основе выбранной модели [2] рассчитаны профили паросодержания, тепловые характеристики (профили температур), гидродинамические характеристики потока (профили скорости). Расчетные данные удовлетворительно коррелируются с экспериментальными результатами.

Обозначения

d – диаметр канала, мм	τ_{kt} – турбулентные «кажущиеся» напряжения,
l – длина, м	$F_b = \rho_k g$ – выталкивающая сила, кг/(м ² ·с ²)
p – давление, Па	F – межфазное трение, кг/(м ³ ·с)
w – скорость, м/с	h – энтальпия, кДж/кг
t – время, с	$\mu_{kэф} = \mu_{kt} + \mu_k$ – эффективная вязкость, Па·с
ρ – плотность теплоносителя, кг/м ³	μ_{kt} – турбулентная вязкость, Па·с
ρW – массовая скорость, кг/(м ² ·с)	μ_k – молекулярная вязкость, Па·с
φ – истинное объемное паросодержание теплоносителя	k – кинетическая энергия турбулентности, м ² /с ²
T – температура, К	ε – скорости диссипации, м ² /с ³
q – тепловой поток, Вт/м ²	d_b – диаметр пузырька, м
Tu – степень турбулентности потока на входе в канал	
M_k – интенсивность массообмена между двумя фазами	
V_k – скорость каждой фазы, м/с	
C_d – коэффициент трения,	

Индексы:

$k=1$ или 2 ; 1 – вода, 2 – пар, $эф$ – эффективная, nm – размерность, b – пузырек.

Литература

1. Кузнецов Ю.Н. Теплообмен в проблеме безопасности ядерных реакторов. / Кузнецов Ю.Н. –М.: Энергоатомиздат, 1989. – 296 с.
2. Mahmut D. Mat Numerical Investigation of Subcooled Boiling in a Vertical Pipe Using a Bubble-Induced Turbulence Model. / Mahmut D. Mat, Kemal Aldas, Yuksel Kaplan // Turkish Journal of Engineering and Environmental Sciences. – 2002. – №2. – P. 275–284.
3. Авраменко А.А. Ренормгрупповой анализ нестационарной турбулентности / Авраменко А.А. // Доповіді НАН України. – 2007. – 12. – С.88 – 93.
4. Авраменко А.А. Апробация ренормгрупповой модели нестационарной турбулентности / Авраменко А.А. // Доповіді НАН України. – 2011. – 5. – С.88 – 93.
5. Авраменко А.А. Групповые методы в теплофизике. / Авраменко А.А., Басок Б.И., Кузнецов А.В. – Киев: Наук. думка, 2003. –484 с.
6. Скицко А.И. Моделирование двухфазного пароводяного потока / Скицко А.И. // Энергетика: экономика, технологии, экология. – 2008, №1. – С. 17 – 21
7. Джусов Ю.П. Исследование распределения фаз в пароводяном потоке высокого давления в трубах. / Ю.П. Джусов, Ю.Ю. Турчин // Тезисы докладов Восьмой Всесоюзной конференции ”Двухфазный поток в энергетических машинах и аппаратах.” - Л-д, 1990. – Т.1. – С. 67-71.
8. Кутателадзе С. С. Теплопередача и гидродинамическое сопротивление / Кутателадзе С. С. –М.: Энергоатомиздат, 1990. – 367 с.