УДК 621.548

В.П.КОХАНЄВИЧ

УМОВИ СТІЙКОСТІ СИСТЕМИ РЕГУЛЮВАННЯ РОТОРА ВІТРОУСТАНОВКИ З ВІДЦЕНТРОВИМ РЕГУЛЯТОРОМ ПРИ АНТИФЛЮГЕРНОМУ РЕГУЛЮВАННІ

V.KOKHANEVYCH

STABILITY CONDITIONS OF A WIND TURBINE ROTOR CONTROL SYSTEM PERFORMANCE WITH A CENTRIFUGAL REGULATOR AND ANTIFEATHERED CONTROL

Анотація. Визначені умови динамічної стійкості системи регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором при антифлюгерному регулюванні залежно від параметрів відцентрового регулятора.
Ключові слова: вітроустановка, ротор, відцентровий регулятор.

Аннотация. Определены условия динамической стойкости центробежного регулятора системы регулирования ротора ветроустановки с центробежным регулятором при антифлюгерном регулировании в зависимости от параметров центробежного регулятора.
Ключевые слова: ветроустановка, ротор, центробежный регулятор.

Annotation. There have been defined dynamic stability conditions of a centrifugal regulator in a WT rotor control system. The control system has got a centrifugal regulator and is operated with antifeathered control depending on centrifugal regulator parameters.
Key words: wind turbine, rotor and centrifugal regulator.

Одним з найбільш поширених видів регуляторів, які тепер використовуються в вітроустановках малої потужності для регулювання обертів ротора, є відцентрові регулятори. При цьому регулювання може здійснюватись як вбік збільшення кутів установки лопаті – флюгерне регулювання, так і вбік зменшення кутів установки лопаті – антифлюгерне регулювання. Переваги кожного виду регулювання розглянуті в роботі [1]. В плані теоретичних досліджень флюгерне регулювання з допомогою відцентрових регуляторів висвітлено в більш повному обсязі [2, 3, 4].

Враховуючи, що тепер в вітроустановках на використання превалює антифлюгерне регулювання, то, відповідно, виникає потреба розглянути ряд питань, пов'язаних з даним видом регулювання. В роботі [1] була запропонована математична модель відцентрового регулятора ротора вітроустановки при антифлюгерному регулюванні, розраховані статичні характеристики відцентрового регулятора при різних його параметрах та отримані статичні характеристики вітроустановки. При цьому характер перехідних процесів, які виникають в системі регулювання внаслідок постійної зміни як швидкості вітру, так і зміни навантаження, не розглядались. В роботі [1] були визначені умови динамічної стійкості системи регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором при флюгерному регулюванні залежно від параметрів відцентрового регулятора. Враховуючи, що динамічні навантаження можуть привести як до зниження точності регулювання, так і до руйнування окремих складових частин системи регулювання, то виникає потреба провести аналогічні теоретичні дослідження і для антифлюгерного регулювання.

Для описання системи регулювання приймемо узагальнені координати, які були обґрунтовані в [2] та [3], а саме: швидкість обертання ротора ω і кут установки лопатей φ, які повністю характеризують режим роботи вітроустановки.

Таким чином, вітроустановка з відцентровим регулятором являє собою аеромеханічну систему регулювання з двома степенями свободи, яку можна описати системою з двох рівнянь, а саме:

$$\left.\begin{aligned} J_P\frac{d\omega}{dt} &= M_P\left\{\bar{M}_P\left[Z(\omega,V)\varphi\right]V\right\}-M_H(t);\\ J_Z\frac{d^2\varphi}{dt^2}+K\frac{d\varphi}{dt} &= M_A+M_B(\omega,\varphi)+M_{\Pi p}(\varphi)\pm M_{Tp},\end{aligned}\right\} \tag{1}$$

де $I_P=\sum I_{P_i}$ – сума приведених до осі ротора моментів інерції всіх тіл, які кінематично зв'язані з обертанням ротора;

$I_Z=\sum I_{Z_i}$ – сума приведених до лопаті моментів інерції тіл, які кінематично пов'язані з обертанням лопаті (моментів інерції лопатей, відцентрових тягарців, кривошипа та інших елементів);

M_P – рушійний момент ротора;

$\bar{M}_P$ – відносний рушійний момент ротора;

M_H – момент навантаження;

M_A – момент від аеродинамічних сил;

M_B – момент відцентрових сил;

M_{Tp} – момент від сил тертя;

V – швидкість повітряного потоку, що набігає на ротор;

$Z=\dfrac{\omega R}{V}$ – швидкохідність ротора;

R – радіус ротора;

K – коефіцієнт аеродинамічного моменту демпфування.

Коефіцієнт аеродинамічного моменту демпфування можна розраховувати за формулою, наведеною в [3]:

$$K=\frac{\rho V}{2}R^4\int_{r_0}^{R}\left[\frac{\tilde{a}}{4}\left(1-2\bar{x}_0\right)^2+\frac{2\pi-\tilde{a}}{16}\right]\bar{b}^3\sqrt{1+\left(Z\bar{r}\right)^2}\,d\bar{r}\,, \tag{2}$$

де r_0 – початковий радіус ротора;

$\bar{r}$ – відносний радіус ротора;

$\bar{b}=\dfrac{b}{R}$ – відносна хорда профілю лопаті;

ρ – густина повітря;

$\bar{x}_0=\dfrac{x_0}{b}$ – відносна координата осі повороту лопаті від її переднього ребра (при відцентровому регулюванні координата осі повороту лопаті не змінюється, тобто $\bar{x}_0$ =const);

$\tilde{a} = \dfrac{dC_y}{d\alpha}$.

В роботах [1, 2] прийнято ряд допущень, які є характерними для роботи вітроустановок малої потужності з відцентровими регуляторами, а саме:

- моменти інерції I_p, I_Z є величинами постійними і в процесі регулювання не змінюються;
- крім аеродинамічного демпфування в системі регулювання демпфувальний ефект здійснюють сили тертя в механізмі відцентрового регулятора, але, як і при статичному регулюванні, величина сил тертя незначна і нею можна знехтувати, тобто $M_{Тр}=0$;
- при відцентровому регулюванні центр обертання лопаті збігається з центром аеродинамічного тиску, тобто момент від аеродинамічних сил $M_A=0$;
- система рівнянь (1) описує систему регулювання за умови, що передача від ротора до навантаження має значну жорсткість, що виключає можливість виникнення крутильних коливань в системі ротор-навантаження;
- момент навантаження в загальному вигляді може включати всі інші види машин, крім електричного генератора, а також такі складові як, наприклад, тертя в механізмах системи, то в подальшому будемо розглядати M_H як функцію часу, який підключається до вітроустановки в визначені моменти.

Враховуючи вищенаведені допущення, а також те, що момент відцентрових сил системи регулювання M_B складається із моментів інерції відцентрових тягарців $M_{ВТ}$ та лопаті $M_{ВЛ}$, запишемо систему рівнянь (1) в остаточному вигляді:

$$\left.\begin{aligned} & J_P\frac{d\omega}{dt} = M_P\left\{\bar{M}_P\left[Z\left(\omega,V\right)\varphi\right]V\right\} - M_H\left(t\right); \\ & J_Z\frac{d^2\varphi}{dt^2} + K\frac{d\varphi}{dt} = M_{ВТ}\left(\omega,\varphi\right) + M_{ВЛ}\left(\omega,\varphi\right) + M_{Пр}\left(\varphi\right). \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Ці рівняння є нелінійними диференційними рівняннями, в які входять як нелінійні функції, так і функції, задані у вигляді графіків $\left(\bar{M}_P = f\left(Z,\varphi\right)\right)$, тому рішення системи рівнянь можна отримати шляхом числового інтегрування. Для отримання аналітичного рішення, щоб встановити практичні формули для дослідження роботи вітроустановки в динамічному режимі, розглянемо ідеалізовану схему, що дозволяє описати систему наближеними лінійними диференційними рівняннями.

Припустимо, що при неусталеному русі змінні величини ω, φ, V відрізняються відповідно на малі величини Δω, Δφ, ΔV від їх значень $(\omega)_0$, $(\varphi)_0$, $(V)_0$, які відповідають усталеному рухові системи в деякому положенні, тобто

$$\omega = (\omega)_0 + \Delta\omega, \qquad \varphi = (\varphi)_0 + \Delta\varphi, \qquad V = (V)_0 + \Delta V. \tag{4}$$

При таких допущеннях моменти, які входять в систему рівнянь (3), можна записати:

$$\begin{aligned} & M_P = M_P\left\{\bar{M}_P\left[Z\left(\omega,V\right)\varphi\right]V\right\} = \left(M_P\right)_0 + \Delta M_P; \\ & M_{ВТ} = M_{ВТ}\left(\omega,\varphi\right) = \left(M_{ВТ}\right)_0 + \Delta M_{ВТ}; \\ & M_{ВЛ} = M_{ВЛ}\left(\omega,\varphi\right) = \left(M_{ВЛ}\right)_0 + \Delta M_{ВЛ}; \\ & M_{Пр} = M_{Пр}\left(\varphi\right) = \left(M_{Пр}\right)_0 + \Delta M_{Пр}; \\ & M_H = \left(M_H\right)_0 + \Delta M_H. \end{aligned} \tag{5}$$

Оскільки всі величини $\Delta\omega$, $\Delta\varphi$, ΔV, ΔM_P, $\Delta M_{ВТ}$, $\Delta M_{ВЛ}$, $\Delta M_{Пр}$, ΔM_H розраховуються для значень $(\omega)_0$, $(\varphi)_0$, $(V)_0$, $(M_P)_0$, $(M_{ВТ})_0$, $(M_{ВЛ})_0$, $(M_{Пр})_0$, $(M_H)_0$,то вони також повинні бути позначені індексом 0. Для спрощення записів тут і в подальшому індекс 0 опускаємо.

Розклавши функції (5) в ряд Тейлора і відкинувши члени з квадратними і вищими степенями малих величин, а також добутки малих величин, отримаємо:

$$M_P = \left(M_P\right)_0 + \Delta M_P = M_P\left\{\bar{M}_P\left[Z\left(\omega,V\right)\varphi\right]V\right\}_0 + \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial \omega}\Delta\omega +$$

$$+\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}\Delta\varphi + \left(\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial V} + \frac{\partial M_P}{\partial V}\right)\Delta V;$$

$$M_{BT} = \left(M_{BT}\right)_0 + \Delta M_{BT} = M_{BT}\left(\omega,\varphi\right)_0 + \frac{\partial M_{BT}}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_{BT}}{\partial \varphi}\Delta\varphi; \tag{6}$$

$$M_{BЛ} = \left(M_{BЛ}\right)_0 + \Delta M_{BЛ} = M_{BЛ}\left(\omega,\varphi\right)_0 + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \varphi}\Delta\varphi;$$

$$M_{Пр} = \left(M_{Пр}\right)_0 + \Delta M_{Пр} = M_{Пр}\left(\varphi\right)_0 + \frac{\partial M_{Пр}}{\partial \varphi}\Delta\varphi\ .$$

Похідні від ω та φ з урахуванням (4) можна записати як:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d(\omega)_0}{dt} + \frac{d\Delta\omega}{dt},\quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d(\varphi)_0}{dt} + \frac{d\Delta\varphi}{dt},\quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2(\varphi)_0}{dt^2} + \frac{d^2\Delta\varphi}{dt^2}.$$

Оскільки $(\omega)_0$, $(\varphi)_0$ характеризують усталений рух системи, то їх похідні по часу дорівнюють 0 . Тоді похідні від ω та φ приймуть вигляд:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\Delta\omega}{dt};\quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{d\Delta\varphi}{dt};\quad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \frac{d^2\Delta\varphi}{dt^2}.$$

Введемо наступні позначення:

$$\frac{d\omega}{dt} = \Delta\dot{\omega};\qquad \frac{d\varphi}{dt} = \Delta\dot{\varphi};\qquad \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \Delta\ddot{\varphi}. \tag{7}$$

Враховуючи, що похідні ω та φ, які відповідають усталеному рухові системи, дорівнюють 0, то систему рівнянь (3) можна записати так:

$$\left.\begin{aligned} &\left(M_P\right)_0 - \left(M_H\right)_0 = 0;\\ &\left(M_{BT}\right)_0 + \left(M_{BЛ}\right)_0 + \left(M_{Пр}\right)_0 = 0.\end{aligned}\right\} \tag{8}$$

Підставивши вирази (6), (7) в (3) та враховуючи (8), отримаємо систему рівнянь:

$$\left.\begin{aligned} &I_P\Delta\dot{\omega} = \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}\Delta\varphi + \left(\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial V} + \frac{\partial M_P}{\partial V}\right)\Delta V - \Delta M_H;\\ &I_Z\Delta\ddot{\varphi} + K\Delta\dot{\varphi} = \frac{\partial M_{BT}}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_{BT}}{\partial \varphi}\Delta\varphi + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \omega}\Delta\omega + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \varphi}\Delta\varphi + \frac{\partial M_{Пр}}{\partial \varphi}\Delta\varphi\ .\end{aligned}\right\} \tag{9}$$

З урахуванням відомих співвідношень $M_P = \pi\rho R^3\frac{V^2}{2}\bar{M}_P$ та $Z = \frac{\omega R}{V}$ розкриємо відповідні частинні похідні:

$$\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P} = \pi\rho R^3\frac{V^2}{2};\qquad \frac{\partial Z}{\partial \omega} = \frac{R}{V};\qquad \frac{\partial Z}{\partial V} = -\frac{\omega R}{V^2};\qquad \frac{\partial M_P}{\partial V} = \pi\rho R^3 V\bar{M}_P.$$

Для визначення M_{BT}, $M_{BЛ}$, $M_{Пр}$ при антифлюгерному регулюванні використаємо схему сил, наведену в роботі [1] рис.1.

Тоді вирази для M_{BT}, $M_{BЛ}$, $M_{Пр}$ набудуть вигляду:

$$M_{BT} = \frac{1}{2}J_T\omega^2\sin 2\left(\Omega+\varphi\right);\qquad M_{BЛ} = \frac{1}{2}J_Л\omega^2\sin 2\varphi;$$

$$M_{Пр} = -\frac{k}{i}\left\{a + l\left[\sin\left(\Theta+\varphi_0\right) - \sin\left(\Theta+\varphi\right)\right]\right\}l\cos\left(\Theta+\varphi\right),$$

де $a = \frac{F_{Пр_0}}{k}$ – величина, яка характеризує величину початкового натягу пружини;

$F_{Пр_0}$ – величина початкового натягу пружини;

k – жорсткість пружини.

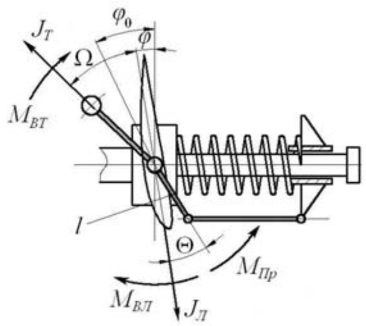

Рис. 1. Схема сил, що діють на лопать при антифлюгерному регулюванні

($J_Л$ – момент інерції лопаті; J_T – момент інерції відцентрових тягарців; l – довжина кривошипа механізму регулятора; φ_0 – початковий кут установки лопатей; Θ – кут між кривошипом і хордою лопаті; Ω – кут між хордою лопаті і державками відцентрових тягарців)

Відповідні частинні похідні запишемо як:

$$\frac{\partial M_{BT}}{\partial \omega} = J_T \omega \sin 2(\Omega+\varphi); \qquad \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \omega} = J_Л \omega \sin 2\varphi;$$

$$\frac{\partial M_{BT}}{\partial \varphi} = J_T \omega^2 \cos 2(\Omega+\varphi); \qquad \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \varphi} = J_Л \omega^2 \cos 2\varphi;$$

$$\frac{\partial M_{Пр}}{\partial \varphi} = \frac{kl^2}{i}\left[\cos^2(\Theta+\varphi) + \frac{a}{l}\sin(\Theta+\varphi) + \sin(\Theta+\varphi_0)\sin(\Theta+\varphi) - \sin^2(\Theta+\varphi)\right].$$

Введемо позначення $A = \frac{a}{l}$ та, провівши перетворення, запишемо:

$$\frac{\partial M_{Пр}}{\partial \varphi} = \frac{kl^2}{i}\left[\cos 2(\Theta+\varphi) + \sin(\Theta+\varphi)\left(A + \sin(\Theta+\varphi_0)\right)\right].$$

Згрупуємо відповідні величини і введемо нові коефіцієнти m_1, m_2, m_3, n_1, n_2:

$$m_1 = -\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial \omega} = -\frac{1}{2}\pi\rho R^4 V \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z};$$

$$m_2 = -\frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi} = -\frac{1}{2}\pi\rho R^3 V^2 \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi};$$

$$m_3 = \frac{\partial M_P}{\partial \bar{M}_P}\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\frac{\partial Z}{\partial V} + \frac{\partial M_P}{\partial V} = \frac{1}{2}\pi\rho R^3\left(2V\bar{M}_P - \omega R\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\right).$$

$$n_1 = -\left(\frac{\partial M_{BT}}{\partial \omega} + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \omega}\right) = -J_Л \omega \sin 2\varphi - J_T \omega \sin 2(\Omega+\varphi);$$

$$n_2 = -\left(\frac{\partial M_{BT}}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_{BЛ}}{\partial \varphi} + \frac{\partial M_{Пр}}{\partial \varphi}\right) =$$

$$= -\frac{kl^2}{i}\left[\cos 2(\Theta+\varphi) + \sin(\Theta+\varphi)\left(A + \sin(\Omega+\varphi_0)\right)\right] - \omega^2\left[J_Л \cos 2\varphi + J_T \cos 2(\Omega+\varphi)\right].$$

Відповідні похідні $\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}$ та $\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}$ вираховуються шляхом графічного диференціювання функції $\bar{M}_P = f(Z,\varphi)$.

Підставивши коефіцієнти $m_1 ... n_2$ в (9), отримаємо систему наближених лінійних диференційних рівнянь в варіаціях відповідних координат:

$$\left.\begin{aligned} I_P\Delta\dot{\omega} + m_1\Delta\omega + m_2\Delta\varphi &= m_3\Delta V - \Delta M_H; \\ I_Z\Delta\ddot{\varphi} + K\Delta\dot{\varphi} + n_1\Delta\omega + n_2\Delta\varphi &= 0. \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

Коефіцієнти системи рівнянь (10) в подальшому приймаються як постійні. При цьому необхідно враховувати, що вони відповідають певному усталеному рухові системи з певними параметрами системи регулювання. В загальному випадку необхідно розраховувати коефіцієнти для головних характерних режимів роботи, які відповідають заданому діапазону зміни швидкостей вітру, навантажень, кутів установки лопатей.

Введемо позначення відносних змінних:

$$\bar{\omega} = \frac{\Delta\omega}{\omega}, \quad \bar{\varphi} = \frac{\Delta\varphi}{\varphi_p},$$

де $\varphi_p = \varphi_0 - \varphi_{\max}$;

$\varphi_{\max}$ – максимальний кут повороту лопатей при регулюванні;

φ_0 – початковий кут установки лопатей.

Розділимо складові рівняння (10) на M_P, та M_{BT}:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{I_P\omega}{M_P}\dot{\bar{\omega}} + \frac{m_1\omega}{M_P}\bar{\omega} + \frac{m_2\varphi_P}{M_P}\bar{\varphi} = \frac{m_3 V}{M_P}\frac{\Delta V}{V} - \frac{\Delta M_H}{M_P};\\ &\frac{I_Z\varphi_P}{M_{BT}}\ddot{\bar{\varphi}} + \frac{K\varphi_P}{M_{BT}}\dot{\bar{\varphi}} + \frac{n_1\omega}{M_{BT}}\bar{\omega} + \frac{n_2\varphi_P}{M_{BT}}\bar{\varphi} = 0, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

та введемо наступні позначення: $T_\omega = \frac{I_P\omega}{M_P}$; $T_\varphi^2 = \frac{I_Z\varphi_P}{M_{BT}}$; $T_K = \frac{K\varphi_P}{M_{BT}}$; $K_V = \frac{m_3 V}{M_P}$; $a_{11} = \frac{m_1\omega}{M_P}$; $a_{12} = \frac{m_2\varphi_P}{M_P}$; $a_{21} = \frac{n_1\omega}{M_{BT}}$; $a_{22} = \frac{n_2\varphi_P}{M_{BT}}$; $\Delta\bar{M}_H = \frac{\Delta M_H}{M_P}$; $\Delta\bar{V} = \frac{\Delta V}{V}$; $p = \frac{d}{dt}$.

Система рівнянь (11) з введенням відносних змінних та нових коефіцієнтів в операторній формі прийме вигляд:

$$\left.\begin{aligned} &\left(T_\omega p + a_{11}\right)\bar{\omega} + a_{12}\bar{\varphi} = K_V\Delta\bar{V} - \Delta\bar{M}_H;\\ &\left(T_\varphi^2 p^2 + T_K p + a_{22}\right)\bar{\varphi} + a_{21}\bar{\omega} = 0. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

Якщо головний визначник системи відмінний від 0, то, в відповідності до теореми Крамера, отримаємо два незалежних рівняння в відносних координатах $\bar{\omega}$ та $\bar{\varphi}$:

$$\left.\begin{aligned} &\left[T_\omega T_\varphi^2 p^3 + \left(T_\omega T_K + T_\varphi^2 a_{11}\right)p^2 + \left(T_\omega a_{22} + T_K a_{11}\right)p + \left(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}\right)\right]\bar{\omega} =\\ &= \left(T_\varphi^2 K_V p^2 + T_K K_V p + K_V a_{22}\right)\Delta\bar{V} - \left(T_\varphi^2 p^2 + T_K p + a_{22}\right)\Delta\bar{M}_H;\\ &\left[T_\omega T_\varphi^2 p^3 + \left(T_\omega T_K + T_\varphi^2 a_{11}\right)p^2 + \left(T_\omega a_{22} + T_K a_{11}\right)p + \left(a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}\right)\right]\bar{\varphi} = \Delta\bar{M}_H a_{21} - K_V a_{21}\Delta\bar{V}. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

Аналіз рівнянь (13) показує, що вони мають подібні ліві частини, тобто немає значення, відносно якої змінної їх рішати, $\bar{\omega}$ чи $\bar{\varphi}$. Праві частини рівнянь залежать від функцій збурення $\Delta\bar{V}$ та $\Delta\bar{M}_H$.

Розділимо члени рівнянь на $T_\omega T_\varphi^2$ і отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} &\left(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3\right)\bar{\omega} = \frac{\left(T_\varphi^2 K_V p^2 + T_K K_V p + K_V a_{22}\right)\Delta\bar{V} - \left(T_\varphi^2 p^2 + T_K p + a_{22}\right)\Delta\bar{M}_H}{T_\omega T_\varphi^2};\\ &\left(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3\right)\bar{\varphi} = \frac{\Delta\bar{M}_H a_{21} - K_V a_{21}\Delta\bar{V}}{T_\omega T_\varphi^2}, \end{aligned}\right\} \tag{14}$$

де $a_1 = \frac{T_\omega T_K + T_\varphi^2 a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2}$;

$a_2 = \frac{T_\omega a_{22} + T_K a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2}$;

$$a_3 = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{T_\omega T_\varphi^2}.$$

При відсутності зовнішніх збуджувальних сил рівняння (14) приймуть вигляд:

$$\left.\begin{aligned} \left(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3\right)\bar{\omega} = 0; \\ \left(p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3\right)\bar{\varphi} = 0 \ . \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Для визначення умов стійкості системи третього порядку скористаємось критерієм Гурвіца [5], у відповідності з яким необхідно і достатньо, щоб були виконані дві умови:

- щоб всі коефіцієнти характеристичного рівняння були більше 0, тобто $a_1>0$, $a_2>0$, $a_3>0$;
- щоб виконувалась нерівність: $a_1a_2–a_3>0$.

Таким чином, знаючи коефіцієнти характеристичного рівняння, можна встановити, чи буде рух нашої системи стійким або нестійким.

Розглянемо першу умову, щоб всі коефіцієнти були більше 0, для цього запишемо їх в розгорнутому вигляді:

$$a_1 = \frac{T_\omega T_K + T_\varphi^2 a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2} = \frac{\dfrac{I_P\omega}{M_P}\cdot\dfrac{K\varphi_P}{M_{BT}} + \dfrac{m_1\omega}{M_P}\cdot\dfrac{I_Z\varphi_P}{M_{BT}}}{\dfrac{I_P\omega}{M_P}\cdot\dfrac{I_Z\varphi_P}{M_{BT}}} = \frac{I_P K + I_Z m_1}{I_P I_Z} > 0 .$$

Величини I_P, I_Z, – які входять в вираз a_1 ,завжди є величинами більшими за 0, то $a_1>0$ за умови:

$$I_P K + I_Z m_1 > 0 . \qquad (16)$$

Розкривши коефіцієнт m_1 отримаємо:

$$I_P K - I_Z \frac{1}{2}\pi\rho R^4 V \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} > 0 \qquad (17)$$

Величини, які входять в вираз (17), в основному визначаються параметрами та характеристиками ротора, а тому розглянемо їх більш детально.

Значення величини коефіцієнта аеродинамічного моменту демпфування К можна визначити з формули (2):

$$K = \frac{\rho V}{2} R^4 \int_{\bar{r}_0}^{1} \left[\frac{\tilde{a}}{4}\left(1-2\bar{x}_0\right)^2 + \frac{2\pi - \tilde{a}}{16}\right] \bar{b}^3 \sqrt{1+\left(Z\bar{r}\right)^2}\, d\bar{r} .$$

Всі величини, які входять в вираз для визначення K ,є величинами позитивними. Менше 0 можуть бути тільки складові, які знаходяться в квадратних дужках, а тому проаналізуємо їх.

Значення $\left(1-2\bar{x}_0\right)$ завжди більше 0, оскільки, як зазначалось вище, при відцентровому регулюванні вісь обертання лопаті знаходиться в центрі аеродинамічного тиску і в межах 0,3...0,4 для всіх аеродинамічних профілів.

Величина $2\pi - \tilde{a}$ також є величиною позитивною, тому що $\tilde{a} = \dfrac{dC_y}{d\alpha}$ не перевищує значення 5,73 для практично всіх аеродинамічних профілів, які в даний час використовуються для лопатей вітроустановок.

Частинна похідна $\dfrac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} < 0$, оскільки робоча точка при антифлюгерному регулюванні,як і при флюгерному (рис. 2 [2]), знаходиться в тій частині характеристики рушійного моменту ротора, що убуває.

На основі вищевикладеного можна зробити висновок, що $a_1>0$ при всіх параметрах системи регулювання, що входять в вираз a_1.

Розглянемо коефіцієнт a_2:

$$a_2 = \frac{T_\omega a_{22} + T_K a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2} = \frac{\dfrac{I_P\omega}{M_P}\cdot\dfrac{n_2\varphi_P}{M_{BT}} + \dfrac{K\varphi_P}{M_{BT}}\cdot\dfrac{m_1\omega}{M_P}}{\dfrac{I_P\omega}{M_P}\cdot\dfrac{I_Z\varphi_P}{M_{BT}}} = \frac{I_P n_2 + K m_1}{I_P I_Z} .$$

Так як $I_P I_Z$ >0, то a_2 буде більше 0 при умові:

$$I_P n_2 + K m_1 > 0. \tag{18}$$

З урахуванням усіх параметрів системи регулювання, тобто розкриваючи коефіцієнти m_1, n_2 вираз (18) прийме вигляд:

$$-J_P \left\{ \frac{kl^2}{i} \left[cos\,2(\Theta+\varphi) + sin(\Theta+\varphi)\left(A + sin(\Theta+\varphi_0)\right)\right] + \right.$$

$$\left. +\omega^2\left[J_Л\, cos\,2\varphi + J_T\, cos\,2(\Omega+\varphi)\right]\right\} - K\frac{1}{2}\pi\rho R^4 V\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z} > 0. \tag{19}$$

Розглянемо коефіцієнт a_3:

$$a_3 = \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{T_\omega T_\varphi^2} = \frac{\dfrac{m_1\omega}{M_P}\cdot\dfrac{n_2\varphi_P}{M_{BT}} - \dfrac{m_2\varphi_P}{M_P}\cdot\dfrac{n_1\omega}{M_{BT}}}{\dfrac{I_P\omega}{M_P}\cdot\dfrac{I_Z\varphi_P}{M_{BT}}} = \frac{m_1 n_2 - m_2 n_1}{I_P I_Z}.$$

Як зазначалось вище $I_P I_Z$ >0, то, відповідно, щоб коефіцієнт a_3 був більше 0, необхідно щоб виконувалась умова:

$$m_1 n_2 - m_2 n_1 > 0. \tag{20}$$

З урахуванням параметрів системи регулювання умова для антифлюгерного регулювання (20) прийме вигляд:

$$-\frac{1}{2}\pi\rho R^3 V^2 \frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}\left[J_Л \omega\, sin\,2\varphi + J_T \omega\, sin\,2(\Omega+\varphi)\right] +$$

$$+\frac{1}{2}\pi\rho R^4 V\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\left\{\frac{kl^2}{i}\left[cos\,2(\Theta+\varphi) + sin(\Theta+\varphi)\left(\bar{A} + sin(\Theta+\varphi_0)\right)\right] + \right.$$

$$\left. +\omega^2\left[J_Л\, cos\,2\varphi + J_T\, cos\,2(\Omega+\varphi)\right]\right\} > 0. \tag{21}$$

Друга умова стійкості для системи третього порядку:

$$\frac{T_\omega T_K + T_\varphi^2 a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2}\cdot\frac{T_\omega a_{22} + T_K a_{11}}{T_\omega T_\varphi^2} - \frac{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}{T_\omega T_\varphi^2} = \frac{(I_P K + I_Z m_1)(I_P n_2 + K m_1)}{I_P I_Z} - (m_1 n_2 - m_2 n_1) > 0.$$

По можливості розділимо параметри ротора і параметри відцентрового регулятора і, відповідно, запишемо другу умову стійкості у вигляді:

$$(I_P K + I_Z m_1) K m_1 + m_2 I_Z I_P n_1 + I_P^2 K n_2 > 0. \tag{22}$$

Розкривши коефіцієнти m_1, m_2, n_1, n_2 будемо мати в розгорнутому вигляді другу умову стійкості системи регулювання:

$$J_P^2 K\left\{\frac{kl^2}{i}\left[cos\,2(\Theta+\varphi) + sin(\Theta+\varphi)\left(A + sin(\Theta+\varphi_0)\right)\right] + \right.$$

$$\left. +\omega^2\left[J_Л\, cos\,2\varphi + J_T\, cos\,2(\Omega+\varphi)\right]\right\} - K\frac{1}{2}\pi\rho R^4 V\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\left(J_P K + J_Z\frac{1}{2}\pi\rho R^4 V\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial Z}\right) -$$

$$-J_Z J_P \frac{\omega}{2}\pi\rho R^3 V^2\frac{\partial \bar{M}_P}{\partial \varphi}\left[J_Л\, sin\,2\varphi + J_T\, sin\,2(\Omega+\varphi)\right] > 0. \tag{23}$$

Висновки

Щоб система регулювання ротора вітроустановки з відцентровим регулятором в режимі антифлюгерного регулювання була стійкою, в даному випадку це система третього порядку, необхідно і достатньо, щоб виконувались нерівності (18), (20), (22), або, відповідно, нерівності (19), (21), (23), які дозволяють визначити стійкість системи регулювання при виборі відповідних параметрів відцентрового регулятора. Нерівність (17), як було показано вище, виконується завжди. При цьому необхідно зауважити, що дані нерівності повинні бути перевірені для всього діапазону кутів регулювання (початковий кут установки лопаті, максимальний кут установки лопаті і декілька проміжних положень лопаті і відповідних їм швидкостей вітру).

Література

1. Коханєвич В.П. Статика регулювання роторів вітродвигунів відцентровими регуляторами при антифлюгерному регулюванні // Відновлювана енергетика. – №3(18). – 2009. – С. 18–24.
2. Коханєвич В.П. Динамічна стійкість системи регулювання ротора вітродвигуна з відцентровим регулятором // Відновлювана енергетика. – №3(14). – 2008. – С. 47–54.
3. Сабинин Г.Х. Теория регулирования быстроходных ветродвигателей поворотом лопастей центробежным регулятором // Промышленная аэродинамика. – Сб. №8. – 1957. – С. 5–77.
4. Андрианов В.Н., Быстрицкий Д.Н., Вашкевич К.П., Секторов В.Р. Ветроэлектрические станции. – М.–Л.: Госэнергоиздат. – 1960. – 320 с.
5. Бесекерский В.А., Попов Е.П. Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука. – 1975. – 768 с.