# ТЕХНОЛОГІЇ

# TECHNIQUE

удк 532.546.2

**І.М.К**УЗЬМЕНКО

### ВСТАНОВЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ХВИЛЬОВОГО РУХУ В ПЛІВКОВИХ ПРОТИТОКОВИХ АПАРАТАХ

I.KUZMENKO

## SET WAVE MOTION IN FILM COUNTER CURRENT FLOW APPARATUS

Анотація. На основі огляду літератури розроблено математичну модель для розрахунку параметрів хвильового потоку в плівкових контактних апаратах. Модель визначає товщину критичного шару між рідиною та газом, його швидкість. Обраховані значення частоти хвиль в плівці порівняні з експериментами інших авторів для випадку гравітаційного збігання плівки. Модель дозволяє проводити якісну оцінку хвильового руху.

Ключові слова: хвильовий потік, плівковий контактний апарат, критичний шар.

Аннотация. На основе обзора литературы разработана математическая модель для расчета параметров волнового потока в пленочных контактных аппаратах. Аналитически установлена толщина критического слоя между жидкостью и газом, его скорость. Просчитанные значения частоты волн в пленке сравнены с экспериментами других авторов для случая гравитационной пленки. Модель позволяет проводить качественную оценку волнового движения.

Ключевые слова: волновой поток, пленочный контактный аппарат, критический слой.

Annotation. Based on the literature review, developed a mathematical model for calculating the parameters of the wave flow in the film contact apparatus. Based on the model set of critical layer thickness between the liquid and gas, its speed. Estimated in the frequency of waves in the film and compared with the experiments of other authors for the gravitational film. The model allows a qualitative assessment of wave motion. Key words: the wave flow, the film contact apparatus, critical layer.

#### Вступ

В протитокових газорідинних апаратах розрізняють чотири гідродинамічних режими руху теплоносіїв [1]: плівковий, підвисання, захлинання (барботажний), повного виносу рідини під впливом сили поверхневого натягу, тяжіння, тертя, сили тиску. В плівковому режимі взаємодія в протитокових газорідинних апаратах може розглядатися як нестійкість Кельвіна-Гельмгольца, показана на рис. 1.

На рис. 1 зображено утворення нестійкості у довгій трубі прямокутного перерізу за співнаправленої течії двох шарів води. Труба заповнена водою поверх фарбованого соляного розчину. Протягом години протікала вільна дифузія рідин. Потім нахилом труби соляний розчин внизу та воду зверху зливали з постійним прискоренням. Видно, що нижній, швидший потік має синусоїдні хвилі [2].



Рис. 1. Нестійкість Кельвіна-Гельмгольца накладених потоків (фото з освітленням лазером)

Такий тип нестійкості виникає і в плівкових протитокових апаратах. Аналітичне описання гідродинаміки течії Кельвіна-Гельмгольца є необхідною умовою для розрахунку тепло- та масообміну в таких апаратах – градирнях, абсорберах, теплових трубах та ін.

Описання гідродинаміки плівкових процесів викладено в значній кількості робіт. Розрізняють 4 варіанти руху плівки за умови тепло- і масообміну, залежно від значення числа Рейнольдса Re [3]:

Re <20 – ламінарний рух плівки рідини;

20 < Re <200 – рух плівки рідини з капілярними хвилями;

200 < Re <4000 – рух плівки з одиночними хвилями (солітонами);

4000 < Re – гладка турбулентна плівка.

#### **ISSN 1813-5420**

#### Енергетика: економіка, технології, екологія

Проте, така класифікація є неоднозначною. Зокрема, Гросман [4] вказує, що регулярні хвилі на поверхні плівки з'являються за Re ≈20, а ламінарний хвильовий рух переважає до чисел Рейнольдса Re ≈ 200 за якого з'являються перші ознаки турбулізації. Браунер [11] запропонував розрізняти два типи хвильового руху – капілярні хвилі на плівці з низькою амплітудою, синусоїдальним профілем, сталою частотою, та інерційні хвилі (т.зв. одиночні, або солітони) – з високою амплітудою, що в кілька разів перевищує товщину плівки. Такі хвилі переходять в тривимірні, якщо довжина каналу переважає 350 мм.

Моделюванням хвильового руху плівки при описанні процесів тепло- і масообміну в абсорберах займалися Накоряков і Григорьєва [5, 6]. При моделюванні хвильового руху автори припускали, що завдяки перемішуванню хвилями плівка має сталі в поперечному перерізі значення температури на інтервалі, рівному довжині хвилі. Експериментальні результати авторів по абсорбції вертикальною збігаючою плівкою показали, що хвильова модель принаймні підтверджується якісно. Холпанов, Шкадов і Цвєлодуб [7, 8] аналітично розв'язали спрощену версію рівняння Нав'є-Стокса для синусоїдної поверхні. Результати розрахунку підтверджуються на "довгих трубах" (за Накоряковим, довших 350 мм), на яких існує перехід до нерегулярних тривимірних синхронних хвиль. Пізніше довжина уточнена Чинновим [9] до 263 мм.

Моделювання хвильового руху плівки, що ґрунтується на чисельному розрахунку системи рівнянь Навьє-Стокса, енергії та маси описано в наступних роботах.

Адхолм і Браунер [10, 11] чисельно описали одиночні хвилі, виділяючи в них 4 частини – перед, основа, зад, слід. Проте результати розрахунків підтверджуються експериментальними даними авторів лише для хвиль частотою 10 Гц на вході. Водночас для хвиль частотою 20 Гц авторами пропонується видозмінена модель.

Моріока і Кійота [12, 13] змоделювали капілярні хвилі з синусоїдальним профілем і параболічним профілем швидкості. При цьому ними умовно прийнято, що амплітуда хвиль складає 30% товщини плівки. Авторами відмічено, що "максимальне перенесення маси відбувається в місцях з мінімальною товщиною плівки".

Ян, Джоу і Чен [14, 15] та послідовники [16] чисельно змоделювали плівку з капілярними хвилями. Профіль плівки автори описали розкладанням функції профілю в ряд Фур'є, коефіцієнти якого визначені чисельно. Авторами отримано гарну збіжність значень амплітуд хвиль і товщин плівки (за Re <500) з експериментом. Розрахунки масообміну для поверхні з хвилями дають вдвічі вищі значення, ніж за спокійної течії плівки.

Жернквіст і Кокам [17] запропонували розширити теорію гладкої плівки, базовану на роботах Накорякова, на турбулентний режим руху плівки. Проте розраховані дані розійшлися з експериментальними, в яких коефіцієнт масообміну зростає з ростом товщини плівки, а не зменшується, як для ламінарної плівки.

Патнайк і Перез-Бланко [18] змоделювали поширення одиночних хвиль на основі розкладання функції профілю в ряд Фур'є та чисельного рішення для чисел Рейнольдса 200...1000. В діапазоні Re =200...300 і частоти 13 Гц дані підтверджено відео та експериментальними даними [19]. Як і в [10, 11], автори розглядали одиночну хвилю як композицію з 4 частин.

В роботах Ваздена і Дуклера [20] чисельно встановлено, що амплітуда хвиль в 2..5 разів більша за товщину нерухомої частини плівки.

В роботах Джаянті і Хьюіта [21] також чисельно аналізовано синусоїдний профіль плівки і встановлено, що існує рециркуляція рідини в одиночних хвилях, яка починається з найтоншої частини хвилі.

Таким чином, одностайність всіх дослідників вказує на додаткове зростання ефективності масообміну зі збільшенням хвилювання. Проте не виявлено цілісного підходу в розрахунку хвилеутворення та його впливу на процеси тепломасообміну, що дозволяє продовжити пошуки в даному напрямку. Тому метою даної роботи є аналітичний опис профілю контактуючих теплоносіїв в плівкових контактних апаратах.

#### Постановка задачі

Задачею даної роботи являється створення моделі для розрахунку гідродинамічних параметрів в критичному шарі як зоні контакту теплоносіїв у плівкових контактних апаратах, зокрема швидкості та товщини критичного шару, частоти та амплітуди хвиль.

#### Формулювання математичної моделі

Описана модель є ідеалізацією реальної картини та базується на розподілі швидкостей в ламінарному потоці Хагена-Пуазейля [22].

#### Енергетика: економіка, технології, екологія

В постановці задачі прийнято наступні допущення:

- потоки в каналі є стаціонарними та симетричними відносно осі;
- між потоками рідини та повітря існує критичний шар, в межах якого відбувається взаємодія потоків;
- потоки розглядаються як ламінарні двовимірні;
- теплоносії є ньютонівськими і нестисливими рідинами;
- товщина плівки води *б* розраховується за формулою В. Нуссельта;
- сили тяжіння і тиску на плівку та повітря формують параболічні профілі відповідних швидкостей потоків;
- силою поверхневого натягу нехтуємо.

Розглянемо схему розподілу швидкостей в каналі, показану на рис. 2. Під дією перепаду тисків  $p_1 - p_2$  на ділянці L в каналі радіусу R відбувається рух повітря вверх з середньою швидкістю  $v_{air}$ . Збігання плівки рідини товщиною  $\delta$  відбувається під дією сили тяжіння з середньою швидкістю  $v_{nn}$ . Припустимо, що в критичному шарі товщиною  $\delta_{\kappa p}$  встановлюється певна швидкість руху потоку повітря і плівки води – критична  $v_{\kappa p}$ , за якої сили тертя плівки об воду та води об плівку урівноважуються. Вектори критичних швидкостей в плівці води та повітрі є рівними та протилежно направленими.



Рис. 2. Розподіл швидкостей в каналі за зустрічного руху води та повітря

Виходячи з балансу сил тертя, прикладених до поверхні плівка-повітря в межах критичного шару, дотичні напруги з боку плівки води та повітря будуть рівними та протилежно направленими:

$$\tau_{n\pi} = -\tau_{air} \Rightarrow \mu_{n\pi} \left(\frac{\partial \upsilon_{n\pi}}{\partial y}\right)_{y=R-\delta} = -\mu_{air} \left(\frac{\partial \upsilon_{air}}{\partial y}\right)_{y=R-\delta}.$$
(1)  

$$\Delta \upsilon_{n\pi} = \mu_{\mu} \Delta \upsilon_{air} = \mu_{\mu} \frac{\upsilon_{n\pi} - \omega_{\kappa p}}{\omega_{air} - \omega_{\kappa p}} = \mu_{\mu} \frac{\upsilon_{air} - \omega_{\kappa p}}{\omega_{air} - \omega_{\kappa p}}$$

Alto 
$$\mu_{nn} \frac{\Delta v_{nn}}{R - (R - \delta)} = \mu_{air} \frac{\Delta v_{air}}{R - \delta} \quad \mu_{nn} \frac{v_{nn} - \max - v_{\kappa p}}{\delta} = \mu_{air} \frac{v_{air} - \max - v_{\kappa p}}{R - \delta},$$

де  $v_{nn_{max}}$  і  $v_{air_{max}}$  – максимальні швидкості плівки води і повітря, відповідно. Оскільки розглядаємо розподіл швидкостей за законом Хагена-Пуазейля, максимальні швидкості відповідають центру кожного з потоків і є вдвічі більшими за середню швидкість відповідного потоку  $v_{nn_{max}} = 2v_{nn}$ ,  $v_{air_{max}} = 2v_{air}$ .

$$u_{n\pi}(2\upsilon_{n\pi} - \upsilon_{\kappa p})(R - \delta) = \mu_{air}(2\upsilon_{air} - \upsilon_{\kappa p})\delta$$
$$\upsilon_{\kappa p} = 2\frac{\mu_{n\pi}\upsilon_{n\pi}(R - \delta) - \mu_{air}\upsilon_{air}\delta}{\mu_{l}(R - \delta) - \mu_{air}\delta}.$$
(2)

Якщо врахувати, що динамічна в'язкість води на три порядки вища, ніж повітря ( $\mu_{nn} = 1,004$  10<sup>-3</sup> Па с і  $\mu_{air} = 18,1$  10<sup>-6</sup> Па с за 20°С), то  $\mu_{nn} \upsilon_{nn} (R - \delta) >> \mu_{air} \upsilon_{air} \delta$  і отримаємо, що критична швидкість прямо пропорційна швидкості плівки  $\upsilon_{nn}$  рідини:

Енергетика: економіка, технології, екологія

$$\upsilon_{\kappa p} \approx 2 \frac{\mu_{n\pi} \upsilon_{n\pi} (R - \delta)}{\mu_{n\pi} (R - \delta)} = 2 \upsilon_{n\pi}$$

З іншого боку, відповідно до закону Хагена-Пуазейля, кожній локальній швидкості відповідає поперечна координата v = f(y). Таким чином, встановимо значення поперечної координати  $y_{\kappa p}$ , що відповідає товщині критичного шару в плівці води та повітрі окремо, тобто  $y_{\kappa p} = f(v_{\kappa p})$ . В плівці води

$$\nu_{\kappa p} = \frac{2\nu_{nn}}{(R-\delta)^2} ((R-\delta)^2 - y_{\kappa p}^2) \cdot 3\text{відся} \frac{\nu_{\kappa p}}{2\nu_{nn}} = 1 - \frac{y_{\kappa p}^2}{(R-\delta)^2},$$
$$y_{\kappa p} = (R-\delta) \sqrt{1 - \frac{\nu_{\kappa p}}{2\nu_{nn}}}.$$
(3)

Якщо  $v_{\kappa p} \approx 2v_{n\pi}$ , то  $y \approx 0$  і товщина критичного шару в плівці близька до половини товщини самої плівки.

Встановимо значення товщини критичного шару в повітрі. Швидкість руху повітря визначимо за законом Хагена-Пуазейля і при цьому вона на 2...3 порядки перевищує швидкість руху плівки води  $v_{air} >> v_{nn}$ , або  $v_{air} >> v_{\kappa p}$ . В цьому разі, відповідно до залежності (4),  $y_{\kappa p} \approx R - \delta$ . Тобто, товщина критичного шару в повітрі має нескінченно мале значення.

#### Результати моделювання

На даній моделі в режимі протитоку розглянуто вплив густини зрошення  $\Gamma$ , швидкості повітря  $\upsilon_{air}$  на значення  $\upsilon_{\kappa p}$  та товщину критичного шару  $\delta_{\kappa p}$  в плівці води і повітрі.

Моделювання проведено для насадки еквівалентним радіусом R = 3,4 мм за температури 20°С. На рис. 3-6 показано результати розрахунків. На рис. 3 показано залежність швидкості критичного шару від швидкості повітря за різних густин зрошення плівки Г.

Як видно з рис. 3, критична швидкість зменшується з ростом швидкості повітря, оскільки потік повітря зупиняє поверхневий шар плівки води. При цьому зі зростанням густини зрошення Г плівки зростає швидкість самої плівки  $v_{nn}$  і відповідно швидкість  $v_{\kappa p}$ .

На рис. 4 наведено залежність товщини критичного шару в плівці від швидкості повітря та густини зрошення Г. Як видно з рис. 4, товщина критичного шару зменшується зі зростанням швидкості повітря. Тобто зростання швидкості повітря стабілізує плівку. З іншого боку, товщина критичного шару в плівці зростає зі збільшенням густини зрошення, оскільки останнє спричиняє зростання загальної товщини плівки.



Рис. 3. Залежність швидкості критичного шару від швидкості повітря за різних густин зрошення плівки (1 – Г= 0,005; 2 – 0,01;3 – 0,02 кг/(м с)

#### Моделювання параметрів хвиль

Розглянемо критичний шар як область хвилювання плівки і повітря за нестійкості Кельвіна-Гельмгольца. Приймемо, що амплітуда хвиль *А* відповідає половині товщини критичного шару.

#### Енергетика: економіка, технології, екологія

Якщо врахувати, що довжина хвиль  $\lambda$  в критичному шарі залежить від фазової швидкості потоку, що дорівнює  $\upsilon_{\kappa p}$ , і частоти хвиль f, отримуємо  $\lambda = \upsilon_{\kappa p} / f$ .



Рис.4. Залежність товщини критичного шару в плівці від швидкості повітря за різних густин зрошення плівки (1 – Г= 0,005; 2 – 0,01;3 – 0,02 кг/(м с)



Рис. 5. Залежність частоти хвиль в плівці від швидкості повітря і критерію Рейнольдса плівки (1 – середня швидкість повітря 0,3 м/с, 2 – середня швидкість повітря 3 м/с, трикутники – дані Капиці, кружки – дані Стейнфорда, Алена).

Припустимо, що коливання в критичному шарі є усталеними і мають синусоїдний профіль з довжиною хвилі  $\lambda = 2\pi$ . Тоді їх амплітуда складає  $A = \pi/2$  і відповідно  $\lambda = 4A$ .

З іншого боку, оскільки товщина критичного шару  $\delta_{\kappa p}$  розглядається як подвоєна амплітуда хвиль, отримуємо, що довжина хвилі відповідає подвоєній товщині критичного шару  $\lambda = 2\delta_{\kappa p}$ .

На рис. 5 наведено порівняння, обрахованої за наведеним способом, частоти хвиль в плівці води f з експериментальними даними Капиці, Стейнфорда і Алена [23, 24]. Порівняння виконано в діапазоні чисел Рейнольдса Re = 20...200. Дані розрахунків наведено за швидкостей протиточного потоку повітря 0,3 і 3 м/с. В іншому діапазоні швидкостей повітря зміна значень частоти хвиль відбувається еквідістантно. Експериментальні дані авторами отримано за умови гравітаційного збігання плівки рідини без зустрічного руху повітряного потоку. Як видно, запропонована методика розрахунку якісно описує залежність частоти хвиль від швидкості плівки, вираженої через критерій Рейнольдса  $Re_{n\pi}$ .

Існуюча розбіжність між експериментальними даними і розрахованими пояснюється впливом прийнятих допущень при обрахунку частоти хвиль. Зокрема, довжина хвиль, очевидно, буде перевищувати чотирикратне значення амплітуди  $\lambda > 4A$ .

Розглянемо другу складову – товщину критичного шару в повітрі. Очевидно хвилювання спостерігається і в критичному шарі в потоці повітря, оскільки критичний шар лежить в межах плівки води та повітря. Розрахунок параметрів критичного шару в повітрі відбувається за залежністю (4). На рисунку 6 показано товщину критичного шару в повітрі залежно від швидкості повітря і густини зрошення плівки Г.



Рис. 6. Залежність товщини критичного шару в повітрі від швидкості повітря за різних густин зрошення плівки Г (1 – Г= 0,005; 2 – 0,01;3 – 0,02 кг/(м с)

З рис. 6 видно, що зростання швидкості повітря чи густини зрошення не змінює значення товщини критичного шару в повітрі за швидкості повітря  $\upsilon_{air} > 1$  м/с, що відповідає Re<sub>nob</sub>>2800. Таким чином, зміна характеру залежностей на рис. 6 свідчить про зміну характеру руху повітря та перехід до турбулентного режиму.

Таблиця 1

Залежність частоти хвиль f повітря від критерію Рейнольдса плівки  $\operatorname{Re}_{nn} = 4\Gamma / \mu_{nn}$ 

<i>v<sub>air</sub></i> , м/с	Re <sub>nn</sub>					
	20	40	80	160	320	640
3	1788,4	1786,6	1783,8	1779,3	1771,9	1760,0
1	594,0	592,1	589,1	584,2	576,2	563,1
0,3	175,9	173,9	170,6	165,2	155,6	136,3

і швидкості повітря  $v_{air}$ 

Розглядаючи параметри хвиль в повітрі за аналогією з плівкою, отримаємо залежність частоти хвиль в повітрі від швидкості повітря і критерію Рейнольдса для плівки  $f(v_{air}, \text{Re}_{nn})$ . Результати розрахунків наведено в таблиці 1. Порівняння проведено за середніх швидкостей повітря в діапазоні 0,3...3 м/с. Видно, що зростання швидкості протитокового потоку повітря спричиняє збільшення частоти хвиль. Зокрема, зростання швидкості повітряного потоку від 0,3 до 3 м/с (тобто на порядок) спричиняє збільшення частоти хвиль від 175,9 до 1788,4 – у стільки ж разів.

Як видно з табл. 1, за низьких значень швидкості повітря в ламінарному потоці  $v_{air} = 0,3$  м/с, вплив Re<sub>nn</sub> на частоту хвиль повітря є більш суттєвим. Зокрема, зростання критерію Рейнольдса плівки Re<sub>nn</sub> з 20 до 640, тобто в 32 рази, призводить до зменшення частоти f хвиль в повітрі на 30%. Цього не спостерігається за турбулентного руху повітря зі швидкістю  $v_{air} = 3$  м/с. В цьому випадку зростання критерію Рейнольдса плівки Re<sub>nn</sub> з 20 до 640 призводить до зменшення частоти f хвиль в повітрі на застоти f хвиль в повітрі лише на 1,5%. Тобто в турбулентному потоці повітря вплив плівки на частоту хвиль повітря не спостерігається.

Тобто зростання частоти хвиль в плівці води та повітрі прямо залежить від швидкості відповідних потоків. Проте в повітрі ця залежність є більш вираженою.

#### Висновки

На основі огляду літературних джерел взаємодію теплоносіїв при вертикальному протитоковому русі розглянуто як нестійкість Кельвіна-Гельмгольца. Це дозволяє описати взаємодію потоків на основі рівності дотичних напруг на межі розподілу фаз. В результаті обраховано швидкість критичного шару (в межах якого зберігається рівність між дотичними напругами в середовищах) та товщину критичного потоку в плівці рідини та повітрі.

Товщина критичного шару в плівці рідини близька до товщини плівки та є незначною порівняно з товщиною повітряного потоку.

Проаналізовано залежність товщини та швидкості критичного потоку від швидкості і густини зрошення повітря та плівки води. В результаті встановлено, що критична швидкість зменшується з ростом швидкості повітря і зростає зі зростанням густини зрошення Г плівки.

Товщина критичного шару в плівці зростає зі збільшенням Г і зменшується зі зростанням швидкості повітря.

Зростання швидкості повітря чи густини зрошення не змінює значення товщини критичного шару в повітрі, якщо Re > 2800. Це свідчить про зміну характеру руху повітря та перехід до турбулентного режиму.

На основі поняття критичного шару обраховано частоту хвиль на поверхні плівки та в повітрі. Результати розрахунку порівняні з експериментальними даними інших авторів, отриманих за умови гравітаційного збігання плівки рідини без зустрічного руху повітряного потоку. Запропонований метод розрахунку якісно описує залежність частоти хвиль від швидкості плівки.

Частоти хвиль в плівці води та повітрі прямо залежать від швидкості відповідних потоків. Проте в повітрі ця залежність є більш вираженою.

#### Література

- 1. Кузьменко І.М. Гідродинаміка та тепломасообмін в протитоковому контактному випаровувачі з сітчастою гофрованою насадкою // Дис. к.т.н., К. НТУУ "КПІ", 2003 151 с.
- 2. http://www.imec.msu.ru/content/nio/VanDaik/vd\_5.html
- 3. Killion J.D., Garimella S. A critical review of models of coupled heat and mass transfer in fallingfilm absorption. International Journal of Refrigeration 2001; 24: 755-797.
- 4. Grossman G. Combined heat and mass transfer processes in film absorption. In: Proceedings of Absorption Heat Pump Conference, Japan, 1991. P. 43-52.
- 5. Nakoryakov V.E., Grigoryeva N.I. Film absorption and Nusselt problem. Russian Journal of Engineering Thermophysics. 1994. V 4. P. 357-371.
- 6. Накоряков В.Е., Григорьева Н.И. Расчет тепломассообмена при неизотермической абсорбции на начальном участке стекающей пленки // ТОХТ. Т. 14. № 4. 1980. С. 483-488.
- 7. Холпанов Л.П. Тепломассообмен и движение жидкости в тонких пленках жидкости / ТОХТ. Т. 21 № 1. 1987. С. 55-62.
- Цвелодуб О.Ю. Неизотермическая абсорбция газовых смесей волновой жидкой пленкой // ЖПФ Т. 3. № 4. 1989. С. 54-59.
- 9. Чиннов Е.А. Длина начального термического участка в стекающей пленке жидкости // Письма в ЖТФ. 2011. Т. 37. N 16. С. 71–78.
- 10. Uddholm H., Setterwall F. Model for dimensioning a falling film absorber in an absorption heat pump. International Journal of Refrigeration 1988; 11: 41-5.
- 11. Brauner N., Moalem Maron D. Modeling wavy flow in inclined thin films. Chemical Engineering Science 1983; 38(5): 775-88.
- 12. Morioka I., Kiyota M., Nakao R. Absorption of water vapor into a film of aqueous solution of LiBr falling along a vertical pipe. JSME International Journal Series B 1993; 36 (2): 351-6.
- 13. Morioka I., Kiyota M. Absorption of water vapor into a wavy film of an aqueous solution of LiBr. JSME International Journal Series II 1991; 34 (2): 183-8.
- 14. Yang R., Wood B.D. A numerical solution of the wavy motion on a falling liquid film. Canadian Journal of Chemical Engineering 1991; 69(3): 723-8.
- 15. Yuang R., Jou D., Chen J. Numerical study of heat and mass transfer on the wavy film absorption process. Proceeding of the Intersociety Energy Conversion Engineering Conference 1991; 2: 559-65.
- Doctoral Thesis K. Karkoszka Mechanistic Modelling of Water Vapour Condensation in Presence of Noncondensable Gases // School of Engineering Sciences Department of Physics Div. of Nuclear Reactor Technology Stockholm, 2007. 120 p.
- Jernqvist A., Kockum H. Simulation of falling film absorbers and generators. Proceedings of the International Ab-Sorption Heat Pump Conference Montreal. Canada. 17-20 September. Vol. 1, p. 311-8, 1996.
- 18. Patnaik V., Perez-Blanco H. A study of absorption enhancement by wavy film flows. International Journal of Heat and Fluid Flow 1996; 17(1): 71 − 7.
- 19. Brauner N. Modelling of wavy flow in turbulent free falling films. Int J. Multiphase Flow 1989; 15(4):505-20.
- 20. Wasden F.K., Dukler A.E. Insights into the hydro- dynamics of free falling navy films. AIChE Journal 1989; 35(9):1379-90.

#### ISSN 1813-5420

- 21. Jayanti S., Hewitt G.F. Hydrodynamics and heat transfer of wavy thin film flow. International Journal of Heat and Mass Transfer 1997: 40(1): 179-90.
- 22. Прандтль Л. Гидроаэромеханика/ Ижевск: НИЦ РХД, 2000. 576 с.
- 23. Kapitza P.L., Kapitza S.P. Wavy flow of thin layers of viscous fluid. Collected papers of P.L. Kapitza, vol.2. New York: Pergamont, 1965. P. 662-709.
- 24. Stainthorp F.P., Allen J.M. The development of ripples on the surface of a liquid film flowing inside a vertical tube. Trans Instn Chem Engrs 1965; 143: T85-T91.