

ТЕХНОЛОГІЇ

УДК 621.039.586:004.942+532

АЛИ ХАСАН МОГАДДАМ (Ali Hasan Moghaddam), И.В.КАЗАЧКОВ

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОНИКАНИЯ
СТРУЙ РАСПЛАВА В БАССЕЙН С ВОДОЙ****1 Актуальность проблемы**

В ядерных реакторах 3-го поколения, которые готовят на смену ныне эксплуатируемым реакторам 2-го поколения и уже начали внедрять, требуется наличие пассивной системы защиты от тяжелых аварий с разрушением корпуса реактора. В случае выхода расплава корнума из корпуса реактора необходимо локализовать его и удержать внутри контейнмента, предотвратив выход наружу. Этим задача обеспечения безопасности считается выполненной.

Моделирование аварийных ситуаций может прояснить многие вопросы, важные для безопасности АЭС и построения пассивных систем их защиты от тяжелых аварий. Одна из таких пассивных систем защиты предусматривает наличие бассейна воды в подреакторном пространстве. Моделирование процессов в такой системе поможет прояснить особенности ее работы и избежать в будущем неудач и неприятных сюрпризов в ее работе. Этому посвящена данная работа. Кроме того, закономерности внедрения расплава в бассейн с водой могут быть полезны и во многих других задачах техники и промышленности, где имеет место явление внедрения струи жидкости в пространство, заполненное другой жидкостью.

В статье изучен предельный случай тонких струй и построены соответствующие модели их проникания в бассейн с водой. Этот случай соответствует началу истечения расплава из разрушенного корпуса реактора, когда отверстие в нем небольшого размера. Затем, по мере выхода высокотемпературного топлива, разрыв корпуса увеличивается, и топливо резко вываливается в подреакторное пространство контейнмента. Второй случай поздней стадии, когда струя становится толстой, - предмет отдельного исследования.

2 Проникание тонких струй расплава топлива в бассейн с водой

Во время тяжелой аварии с расплавлением активной зоны, при разрушении корпуса реактора работа пассивной системы защиты контейнмента зависит от сценария выхода расплава из корпуса реактора. Возможны разные варианты разрушения корпуса и, соответственно, выхода расплава корнума в подреакторное пространство. Если разрыв корпуса небольших размеров (отверстие или щель примерно до 1 см), струя расплава тонкая. При ее внедрении в бассейн будут проявляться изгибные возмущения оси, которые с увеличением амплитуды из-за развития неустойчивости разрушают струю на отдельные фрагменты, размеры которых определяются длиной наиболее быстро растущих волн.

В этом случае важно оценить размеры фрагментов и глубину проникания нераспавшейся части струи в бассейн. Это определяет, как проходит процесс остывания топлива при его взаимодействии с водой, и какие частицы застывают при застывании расплава. От этого зависит процесс дальнейшего охлаждения частиц застывшего топлива и удержания его в контролируемом состоянии. Тонкая струя расширяется с течением времени, поскольку высокотемпературный расплав корнума и повышенное давление в корпусе реактора способствуют тому, что малое отверстие в корпусе может быстро прогрессировать.

Отличительной особенностью распространения струй корнума является их высокая температура (2000...3000°С), при которой вода в бассейне закипает вследствие интенсивного теплового излучения струи еще до ее прямого контакта с водой. Поэтому струя входит в бассейн в «паровом мешке». Интенсивное воздействие встречных паровых струй, выходящих из бассейна, способствует дроблению струи расплава с последующим дальнейшим дроблением также образующихся капель расплава. Теплота расплава расходуется на нагрев и испарение воды в бассейне, и на дальнейший разогрев образовавшегося пара. За счет этого диспергированный расплав интенсивно охлаждается, и далее охлажденные капли застывают, образуя частицы топлива. Если образованный таким образом слой частиц поддерживается в охлаждаемом

состоянии за счет контролируемой подачи воды, то задача управления тяжелой аварией считается выполненной.

При внедрении струй в воду возникает множество малоизученных сложных физических явлений: интенсивное испарение воды за счет радиационного теплообмена и прямого контакта топлива с охладителем, постоянное изменение физических параметров сред (диаметра струй, состава и температуры кориума, и т.д.) и свойств сред (вязкости, теплопроводности), образование газов и пара, появление застывших частиц и т.п. Моделирование всей совокупности этих явлений в их динамическом взаимодействии пока не представляется возможным ввиду отсутствия адекватных замкнутых моделей для их описания. Поэтому полезно рассмотреть различные предельные случаи.

В данной работе основное внимание сосредоточено на явлениях проникания струй в бассейн, устойчивости струй и их фрагментации вследствие неустойчивости. Рассмотрен случай тонких струй (порядка 1 см в диаметре и менее). Другой предельный случай толстых струй (порядка 10 см в диаметре и более) будет предметом отдельной статьи. Для каждого случая установлены основные особенности проникания струй в бассейн с водой и такие важные параметры, как глубина проникания струи в бассейн, определяющая необходимый размер бассейна и эффективность работы системы пассивной защиты от аварий. Струя при любых ее возможных параметрах не должна проникать до дна бассейна, иначе она его разрушит. А дисперсионный состав получаемых при застывании частиц топлива определяет дальнейшие особенности его удержания в контролируемом охлаждаемом состоянии.

3 Моделирование процесса внедрения тонкой струи в бассейн с водой

Исследование явлений проникания струй в пространство, заполненное другой жидкостью, имеет давнюю историю. Эта проблема привлекала внимание классиков науки более ста лет назад: Релея, Вебера, Плато и др. [1-3]. Исследовались вопросы устойчивости струй, влияния разных физических свойств жидкостей (плотности, вязкости, поверхностного натяжения) и других факторов. Механизмы взаимодействия струй с окружающей жидкостью и явления распада струй под действием нарастающих изгибных возмущений их оси рассматривались в работах [4-10]. Исследование изгибных возмущений тонких струй удобно проводить в двух системах координат – подвижной (z, y, s), связанной с осью струи, и неподвижной (ζ, η, ξ), в которой отслеживаются изменения оси струи (рис. 1):

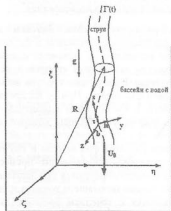


Рис. 1. Схема внедрения тонкой струи расплава в бассейн с водой

Основное внимание сосредоточено на изгибных возмущениях струй при их внедрении в бассейн и на наиболее существенных параметрах, влияющих на глубину проникновения струи в бассейн, а также на размеры фрагментов, образующихся при распаде струи вследствие изгибной неустойчивости. Уравнения изгибных волн струи имеют вид [13,14]:

$$\begin{aligned}
 \rho_1 f_0 \partial V_n / \partial t &= \partial Q_n / \partial s - \kappa Q_0 + q_n + (\rho_1 - \rho_2) g_n, \\
 \rho_1 f_0 \partial V_b / \partial t &= \partial Q_b / \partial s + \kappa Q_n + q_b + (\rho_1 - \rho_2) g_b, \\
 \rho_1 I \partial / \partial t (\partial V_b / \partial s + \kappa V_n) &= -\partial M_n / \partial s + \kappa M_0 + Q_0 + k(\rho_2 - \rho_1) g_r I,
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

$$\rho_1 I \partial / \partial t (\partial V_n / \partial s - \kappa V_b) = \partial M_b / \partial s + \kappa M_n + Q_n + k(\rho_2 - \rho_1) g_s I,$$

где индексами n и b обозначены проекции величин на нормаль и бинормаль;

k - кривизна оси струи;

κ - закрутка, а гидродинамические силы q_i и архимедовы силы g_i определяются из выражений [7, 8]:

$$q_n = -\rho_2 U_0^2 f_0 \chi^2 / a_0^2 \exp(\gamma t) [A^2 \cos^2(\chi s / a_0) + B^2 \sin^2(\chi s / a_0)]^{\frac{1}{2}}, \quad g_n = q_n = 0,$$

$$g_s = f_0 g \chi / a_0 \exp(\gamma t) [A^2 \sin^2(\chi s / a_0) + B^2 \cos^2(\chi s / a_0)]^{\frac{1}{2}}, \quad \chi = 2\pi a_0 / l. \quad (2)$$

где a_0 - начальный радиус струи;

U_0 - скорость;

$f_0 = \pi a_0^2$ - площадь поперечного сечения струи;

$I = 1/4 \pi a_0^4$ - момент инерции струи.

Очевидно, одним из параметров, определяющих закономерности процесса, является отношение плотностей бассейна и струи $\rho_{21} = \rho_2 / \rho_1$.

Изгибные возмущения оси струи рассматриваются в виде:

$$\eta = H(s, t), \quad \zeta = Z(s, t), \quad (3)$$

где H, Z - отклонения оси струи в направлениях $O_1 \eta$ и $O_1 \zeta$, соответственно, при $\xi = s$.

Они задаются в виде

$$H = A \exp(\gamma t) \cos(\chi s / a_0), \quad Z = B \exp(\gamma t) \sin(\chi s / a_0), \quad (4)$$

где A и B - константы, характеризующие начальный уровень возмущений;

χ - длина волны возмущений;

γ - инкремент нарастания изгибных волн.

Переменные Q и M задают касательные силы и моменты сдвиговых сил в поперечном сечении струи. Необычность уравнений Ентова-Ярина [7] в том, что они описывают изгиб и кручение оси струи как целого, а не только движение жидкости, как в уравнениях Навье-Стокса.

Положение любой точки струи определяется тремя параметрами: y, z, s , служащими координатами в подвижной криволинейной ортогональной системе координат (неортогональной при наличии закрутки струи, когда $\kappa \neq 0$):

$$k = \chi^2 / a_0^2 \exp(\gamma t) [A^2 \cos^2(\chi s / a_0) + B^2 \sin^2(\chi s / a_0)]^{\frac{1}{2}},$$

$$\kappa = \chi / a_0 AB [A^2 \cos^2(\chi s / a_0) + B^2 \sin^2(\chi s / a_0)]^{\frac{1}{2}}. \quad (5)$$

В упрощенных уравнениях (1) оставлены только проекции сил и моментов на нормальную и бинормальную оси, что соответствует случаю изгибных возмущений струи. Эти уравнения описывают малые изгибные возмущения струи жидкости, проникающей в бассейн другой жидкости, в пренебрежении изменением радиуса струи.

Проекция уравнений (1) на касательную плоскость к оси описывает рост малых осесимметричных возмущений струи. Изгибное возмущение струи записывается в виде $\sqrt{H_s^2 + Z_s^2}$, а момент, действующий на ось, равен $M_b = I[\rho_2 U_0^2 k + (\rho_2 - \rho_1) g \sqrt{H_s^2 + Z_s^2}]$, где

$$H_s = -A \chi / a_0 \exp(\gamma t) \sin(\chi s / a_0), \quad Z_s = B \chi / a_0 \exp(\gamma t) \cos(\chi s / a_0).$$

Соответствующие скорости по нормали и бинормали к оси струи получаются дифференцированием (4) по времени:

$$V_n = \sqrt{H_s^2 + Z_s^2} = -\gamma \exp(\gamma t) [A^2 \cos^2(\chi s / a_0) + B^2 \sin^2(\chi s / a_0)]^{\frac{1}{2}}, \quad V_b = 0. \quad (6)$$

Подставляя (2)-(6) в (1), можно получить систему дифференциальных уравнений для малых изгибных возмущений оси струи:

$$Q_n = \rho_1 I \partial^2 V_n / \partial s \partial t - \partial M_b / \partial s, \quad Q_b = \rho_1 I \partial (\kappa V_n) / \partial t - \kappa V_b, \quad (7)$$

$$\partial Q_s / \partial s = -\kappa Q_n, \quad \rho_1 f_0 \partial V_n / \partial t = \partial Q_n / \partial s - \kappa Q_b + q_n + g_n (\rho_1 - \rho_2).$$

Здесь момент M_n по нормали к оси струи считается пренебрежимо малым. Подстановка нормальных и бинормальных сил Q_n и Q_b из первых двух уравнений системы (7) в третье и

четвертое уравнения, показывает, что третье уравнение обращается в тождество, а четвертое приводит к одному дифференциальному уравнению для расчета изгибных колебаний струи:

$$\rho_1 I \partial^2 (\kappa V_n) / \partial s \partial t - \partial (\kappa M_s) / \partial s + \rho_1 \kappa I \partial^2 V_n / \partial s \partial t - \kappa M_s / \partial s = 0. \quad (8)$$

Полученное уравнение (8) составляет основу для исследований изгибной неустойчивости тонких струй расплава коруима, проникающих в бассейн с водой.

Задачи проникания струй в бассейн другой жидкости рассматривались многими отечественными и зарубежными учеными для разных приложений [11-17]. Иллюстрация проникания струи в бассейн дана на рис. 2. Диаметр струи 25 мм, начальная скорость 3 м/с. Модельный расплав имеет кинематический коэффициент вязкости и коэффициент поверхностного натяжения примерно в 3 раза меньше, чем расплав ядерного топлива. Распад струи происходит примерно на расстоянии 0,3...0,4 м.

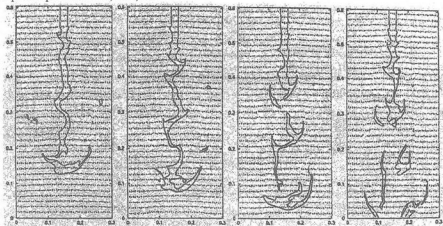


Рис. 2. Экспериментальная картина внедрения струй в бассейн с водой

4 Дисперсионное уравнение

Дифференциальное уравнение в частных производных второго порядка (8) описывает изгибные возмущения струи. Источником начальных возмущений могут быть воздействие воды (жидкости) в бассейне при внедрении в нее струи (встречное движение жидкости, бьющее в головную часть струи, вызывая отклонения оси), движение пара навстречу движению струи. При внедрении струи расплава в бассейн с водой испарение воды очень интенсивное, так что струя расплава идет навстречу пару, выходящему из бассейна.

При исследовании изгибных возмущений тонкой струи полную краевую задачу о расчете поля скорости и давлений во всей области можно не ставить, если основной интерес представляет устойчивость струи относительно рассматриваемых изгибных возмущений. Тогда, задавшись видом возмущений (3), (4), с учетом выражений (5), (6), можно решить дифференциальное уравнение изгибных возмущений струи (8) и получить параметры изгибных колебаний. Это известный прием теории устойчивости, значительно упрощающий постановку и решение краевых задач. Он основан на том, что амплитуда начальных возмущений не имеет значения, поскольку в случае устойчивых колебаний любые начальные возмущения убывают во времени, т.е. их амплитуда со временем стремится к нулю независимо от уровня начальных возмущений. А в случае неустойчивых колебаний любые начальные возмущения нарастают со временем, и поэтому их рост ведет к потере устойчивости струи, как только амплитуда возмущений превысит критическое значение.

Линейная теория малоамплитудных возмущений оперирует с линейными уравнениями, которые справедливы только при малых амплитудах и поэтому дают лишь тенденцию нарастания возмущений, но не сами значения. Когда неустойчивые возмущения нарастают во времени, после превышения критического уровня уравнения становятся неадекватными. Далее необходимо применять нелинейные уравнения. Однако если речь идет о неустойчивости, нередко этого не требуется. Линейная теория дает достаточные условия неустойчивости, поскольку если система неустойчива относительно малых возмущений, то она тем более неустойчива относительно

возмущений конечной и большой амплитуды.

Если система устойчива относительно малых возмущений, то она может оказаться неустойчивой относительно больших возмущений, исследуемых в рамках нелинейной теории. Для возмущений конечной амплитуды (слабонелинейные возмущения) применяют нелинейную теорию второго порядка малости, в которой удерживают только члены до второго порядка по возмущениям. По нелинейной теории неустойчивость возникает лишь при превышении порога возмущений. Поэтому уровень начальных возмущений влияет на решение задачи. Нелинейная теория дает достаточные условия устойчивости, т.к. устойчивая относительно больших возмущений система всегда устойчива. Малые возмущения системы тем более не способны вызвать ее неустойчивость.

При исследовании изгибных возмущений струи основное внимание сосредоточено на вычислении параметров распада струи и определении длины наиболее быстро растущих возмущений, т.к. именно они разрушают струю. Зная длину разрушительных возмущений и инкремент их нарастания, можно вычислить длину нераспавшейся части струи. Затем можно оценить размеры фрагментов, получающихся при распаде струи. Учитывая выражения (3)-(6), из уравнения (8) можно получить дисперсионное уравнение для определения инкремента γ нарастания изгибных возмущений струи во времени как функции длины волны χ :

$$\begin{aligned} \gamma^2 \left\{ 1 + 0.25 \chi^2 A^2 B^2 \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-2} + \frac{A^2 - B^2}{8} \chi^2 \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + \right. \right. \\ \left. \left. + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1} \left[2 \cos \frac{\chi S}{a_0} + \frac{A^2 - B^2}{2} \sin^2 2 \frac{\chi S}{a_0} \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1} \right] \right\} = \\ = \frac{B^2 - A^2}{8} \chi^2 \left\{ 2 \frac{\chi}{a_0} \cos 2 \frac{\chi S}{a_0} [\rho_{2/1} U_0^2 \frac{\chi}{a_0} \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1} + \right. \\ \left. + (1 - \rho_{2/1}) g \left(A^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1/2} \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1/2} \right\} + \\ + \frac{A^2 - B^2}{2} \sin^2 2 \frac{\chi S}{a_0} \left(\frac{\chi}{a_0} \right) [\rho_{2/1} U_0^2 \frac{\chi}{a_0} \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-2} + (\rho_{2/1} - 1) g \cdot \\ \cdot \left(A^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-3/2} \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1/2}] \left. \right\} - \frac{a_0^4}{4} \left(\frac{\chi}{a_0} \right)^3 \cdot \\ \cdot (AB)^2 \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-5/2} \left\{ \rho_{2/1} U_0^2 \left(\frac{\chi}{a_0} \right) + (\rho_{2/1} - 1) g \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + \right. \right. \\ \left. \left. + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1/2} \left(A^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{1/2} \right\} + \rho_{2/1} U_0^2 \left(\frac{\chi}{a_0} \right)^2 + \\ + (\rho_{2/1} - 1) g \frac{\chi}{a_0} \left(A^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{1/2} \left(A^2 \cos^2 \frac{\chi S}{a_0} + B^2 \sin^2 \frac{\chi S}{a_0} \right)^{-1/2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Уравнение (9) позволяет исследовать устойчивость изгибных возмущений оси струи.

Поскольку в этой задаче нами исследуются малоамплитудные возмущения, то можно получить решение уравнения (9) в первом приближении по малым амплитудам, удерживая только члены первого порядка, или решение во втором приближении, удерживая члены вплоть до второго порядка. Линейное приближение дает достаточные условия неустойчивости струи относительно изгибных возмущений. Удерживая в уравнении (9) только члены, линейные по возмущениям, получим решение задачи в виде

$$\gamma = \pm \sqrt{(\rho_{2/1} - 1) g (\chi / a_0) (B / A)}. \quad (10)$$

Решение (10) показывает, что изгибные возмущения с учетом (4) могут привести к неустойчивости и распаду струи только в случае, если плотность воды (жидкости в бассейне) выше плотности струи ($\rho_{2/1} > 1$).

Хотя расплав кориума плотнее воды, этот случай соответствует рассматриваемой пассивной

системе защиты от тяжелых аварий, поскольку струя расплава кориума, обладая температурой в 2-3 тысячи градусов, создает настолько мощный радиационный тепловой поток, что вода в бассейне впереди движущейся струи интенсивно испаряется. Прямое контакта расплава с водой вследствие этого почти нет, поэтому струя движется как бы в паровом «мешке», и изгибные возмущения такой составной струи с паровой прослойкой получаются такими, как у струи пара, внедряющейся в бассейн с водой. И для составной струи с внешним паровым слоем получается, что $\rho_{21} \gg 1$.

При одинаковой плотности струи и бассейна имеют место нейтральные колебания ($\gamma=0$), а при плотности струи, превышающей плотность жидкости в бассейне, имеет место устойчивость чисто колебательного во времени характера (в линейном приближении), поскольку $\gamma^2 < 0$, а это означает, что инкремент является чисто мнимой величиной.

Предполагая, что изгибные возмущения в момент разрыва струи имеют порядок нескольких диаметров струи ($\sqrt{Z^2 + H^2} = \Delta a_0$), где Δ – коэффициент пропорциональности, для длинноволновых возмущений ($\chi \ll 1$) можно получить оценку $\cos(\chi s / a_0) \approx 1$, откуда

$$\gamma \cdot t_* = \ln(\Delta a_0 / A), \quad t_* = 1/\gamma \cdot \ln(\Delta a_0 / A), \quad (11)$$

где звездочкой обозначены параметры, соответствующие длине наиболее быстро растущих возмущений.

Такие возмущения с максимальным инкрементом нарастания во времени найдены на основании выражения (11) путем исследования инкремента на максимум как функции длины волны изгибных возмущений $\gamma(\chi)$. Тогда длина нераспавшейся части струи (или глубина проникания нераспавшейся струи в бассейн), приведенная к радиусу невозмущенной струи, получается следующей:

$$L_* / a_0 = U_0 t_* = \ln\left(\frac{\Delta a_0}{A}\right) \frac{U_0}{a_0 \sqrt{B/A(\rho_{21}-1)g\chi/a_0}}, \quad (12)$$

откуда, вводя число Фруда $Fr = U_0^2 / (ga_0)$, константу, определяемую начальным видом возмущений $\delta_1 = \ln(\Delta a_0 / A)$, и константу $\delta_2 = \chi \cdot B / A$, связанную с длиной волны и начальным уровнем возмущений по двум координатам в плоскости, перпендикулярной криволинейной оси струи, можно записать упрощенное выражение (12) в виде:

$$L_* / a_0 = \delta_1 \sqrt{Fr} / \sqrt{\delta_2(\rho_{21}-1)}. \quad (13)$$

Если в уравнении (9) удержать члены вплоть до второго порядка по возмущениям, то инкремент нарастания γ выражается следующей формулой:

$$\gamma = \pm \frac{4U_0\chi}{a_0\sqrt{4+\chi^2}} \sqrt{\rho_{21} + \frac{B}{A} \frac{\rho_{21}-1}{\chi Fr}}, \quad (14)$$

где положительные значения γ соответствуют неустойчивым модам возмущений струи (экспоненциальное нарастание во времени). Отрицательные значения γ соответствуют устойчивым модам. Исследование функции (14) на максимум по χ дает

$$\chi_* = 4\left[\frac{Fr}{1-\rho_{12}} \frac{B}{A} + \sqrt{\left(\frac{Fr}{1-\rho_{12}}\right)^2 \left(\frac{A}{B}\right)^2 + \frac{1}{4}}\right], \quad (15)$$

где $\rho_{12} = 1/\rho_{21}$, χ_* – длина наиболее неустойчивого изгибного возмущения струи. Выражение (15) получено при следующих предположениях:

$$U_0 \neq 0, \quad \chi_* \neq 0, \quad \rho_{21} + \frac{\rho_{21}-1}{\chi_* Fr} \frac{B}{A} \neq 0.$$

Исследование выражений (14), (15) показывает, что изгибная неустойчивость и распад струи на фрагменты имеют место во всех случаях при $\rho_{21} > 1$. При $\rho_{21} < 1$ изгибная неустойчивость струи возможна в случае $\chi > \frac{\rho_{21}-1}{Fr} \frac{B}{A}$. В остальных случаях могут иметь место лишь осцилляции во времени. Напомним, что χ – малая величина.

В результате длина нераспавшейся части струи во втором приближении получается

$$\frac{L_n}{a_0} = \frac{\delta_1}{2\sqrt{\chi}} \frac{\sqrt{Fr}}{\sqrt{\rho_{21}\chi Fr + (\rho_{21}-1)B/A}} \quad (16)$$

Выражения (15), (16) сложны для анализа, поэтому полезно рассмотреть несколько предельных случаев этих выражений для разных отношений плотностей и разных чисел Фруда. Так, при малых числах Фруда $Fr \ll 1$, соответствующих малым скоростям струи или большим диаметрам струи (в нашем случае для тяжелой аварии не имеет места) формула (24) дает следующую оценку длины волны максимального роста: $\chi \approx 2$. Соответствующая длина нераспавшейся части струи получается

$$\frac{L_n}{a_0} = \frac{\delta_1}{2} \frac{\sqrt{Fr}}{\sqrt{(\rho_{21}-1)B/A + 2\rho_{21}Fr}} \quad (17)$$

откуда при $\rho_{21} \gg 1$ следует: $\frac{L_n}{a_0} = \delta_2 \sqrt{\rho_{12}Fr}$, где $\delta_2 = \frac{\delta_1}{2} \sqrt{\frac{A}{B}}$. Другой предельный случай, $(\rho_{21}-1) \rightarrow 1$, дает $L_n/a_0 = \delta_2 \sqrt{Fr/(\rho_{21}-1)}$.

5 Сравнение полученных результатов с известными данными

Как показано выше, длина нераспавшейся части струи, в основном, определяется корнем квадратным из числа Фруда. Этот результат хорошо согласуется с данными Блейка с соавторами [9] и Янга-Кирикса [8], получившими экспериментальную зависимость для длины нераспавшейся части струи, проникающей в псевдооживленный слой (рис. 3):

$$\frac{L_n}{2a_0} = 6.5 \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2 - \rho_1}} \sqrt{\frac{U_0^2}{2ga_0}}, \quad \text{или} \quad \frac{L_n}{a_0} \approx 9.16 \sqrt{\frac{Fr}{1 - \rho_{21}}} = \frac{9.16}{\sqrt{Ri}} \quad (18)$$

где $Ri = \frac{1 - \rho_{21}}{Fr}$ - число Ричардсона.

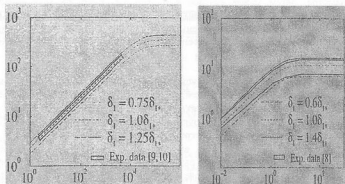


Рис. 3. Зависимость L_n/a_0 от числа Фруда по (17) и по данным [8] (справа) и [9] (слева)

Сравнивая выражения (18) и (17), можно определить постоянные в теоретическом решении (17). В экспериментальной формуле (18) распад струи зависит только от одного параметра - числа Ричардсона, являющегося величиной, обратной числу Фруда, и умноженной на $(\rho_{21}-1)$. Из приведенных выражений и данных, представленных на рис. 3, видно превосходное совпадение решения во втором приближении с имеющимися в литературе данными. Решение в первом приближении более грубое, но в общих чертах оно также дает удовлетворительное согласование с имеющимися в литературе данными.

В работе [17] максимальная высота струи холодной воды, вводимой вертикально вверх в однородно нагреваемый слой неподвижной воды, была изучена теоретически и экспериментально. Установлено, что максимальная высота струи обратно пропорциональна корню квадратному из числа Ричардсона на выходе из сопла: $L_n/a_0 = 3.4/\sqrt{Ri}$. Максимальная высота струи в стационарном

режиме уменьшилась примерно на 22% по сравнению с начальной высотой подъема под влиянием обратного течения вниз, окружающего поднимающуюся струю: $L/a_0 = 2.65/\sqrt{Ri}$. Аналогичные зависимости получены другими исследователями для различных физических ситуаций [16, 18, 19].

При больших числах Фруда ($Fr \gg 1$), что соответствует высокой скорости струи или малому ее диаметру, наиболее неустойчивые длины изгибных возмущений χ_* могут быть малыми только в случае отрицательного первого члена в уравнении (15) (при $\rho_{12} > 1$, т.е. когда плотность жидкости в бассейне ниже плотности струи). Тогда следующая аппроксимация имеет место:

$$\chi_* = \frac{\rho_{12} - 1}{2Fr} \frac{B}{A} \ll 1, \text{ и уравнение (14) дает}$$

$$\gamma_* = \frac{\rho_{21} - 1}{Fr} \sqrt{\rho_{21}} \frac{B}{A} i = i \sqrt{\rho_{21}} \frac{B}{A} Ri.$$

В этом случае будет колебательный процесс без роста амплитуды. Струя не распадается, она только утончается за счет действия гравитационных сил.

При $\rho_{21} > 1$ длинные изгибные возмущения возможны в случае малых значений параметра A/B , что отвечает плоским изгибным колебаниям струи. Тогда (15) дает две больших величины разных знаков, суммирование которых приводит к значению длины волны максимального роста $\chi_* \approx 2$, и получается ранее найденное решение (16). При близких плотностях струи и бассейна ($\rho_{12} \approx 1$) получается $L/a_0 = \delta_3 \sqrt{\rho_{12}}$, где $\delta_3 = \delta_1 / (2\sqrt{2})$, что совпадает с полученной Тейлором величиной длины нераспавшейся части струи [20].

Выводы

Проведенное моделирование одного из вариантов пассивной защиты АЭС от тяжелых аварий, связанного с наличием бассейна с водой в подреакторном пространстве, кроме теоретического значения, имеет также важное значение в практике моделирования тяжелых аварий и построения пассивных систем. В начале разрушения корпуса реактора появляется проплавление или трещина небольшого диаметра. Затем малое круглое или щелевое отверстие прогрессирует за счет агрессивного воздействия высокотемпературного расплава корнума (2000...3000°C и выше).

На основе полученных результатов оценены наиболее важные особенности проникания струй в бассейн и проанализирована роль рассмотренной пассивной системы защиты АЭС от тяжелых аварий.

Сделаны следующие выводы:

- На начальной стадии аварии с разрушением корпуса реактора тонкая струя расплава корнума проникает в бассейн с водой, разрушаясь на удлиненные тонкие фрагменты вследствие изгибной неустойчивости струи.
- Размеры фрагментов после развала струи из-за изгибных возмущений могут быть оценены по исходным размерам струи и по температуре в каждом конкретном случае.
- Требуемая глубина бассейна сильно варьируется в зависимости от свойств корнума, изменяемых в широком диапазоне для различного состава и температуры корнума, поэтому она должна быть установлена на основе ситуационного моделирования с использованием разработанных математических моделей проведенных вычислений.
- Полученные результаты могут быть использованы при моделировании тяжелых аварий на АЭС и во многих других случаях, связанных с прониканием различных струй одних жидкостей в пространство, заполненное другими жидкостями.

Литература

1. Стретт Дж.В. (лорд Рэлей). Теория звука. - М.: Гостехиздат. - 1955.
2. Taylor G.I. In The Scientific Papers of G.I. Taylor/ Ed. G.K. Batchelor, Cambridge University Press. - 1962. - 3. - P. 244-254.
3. Tyler E. and Richardson E.G.// Proc. Phys. Soc. - London. - 1925. - 37- P. 297.
4. Haraldsson H.O., Kazachkov I.V., Dinh T.N. and Sehgal B.R. Analysis of thin jet breakup length in immiscible fluids/ Abstr. 3rd Int. Conf. Adv. in Fluid Mechanics 2000, 24-26 May, Montreal, Canada.
5. Park H.S., Kazachkov I.V., Sehgal B.R., Maruyama Y. and Sugimoto J. Analysis of plunging jet penetration into liquid pool with various densities// Abstr. 3rd Int. Conf. Adv. in Fluid Mechanics 2000, 24-26 May, Montreal, Canada.

6. Yang W.C. and Kearns D.L., in D.L. Kearns and J.F. Davidson (eds).- Cambridge Univ. Press.- Cambridge.- 1978.
7. Ентов В.М., Ярин А.Л. Динамика струй и пленок вязких и реологически сложных жидкостей/ Итоги науки и техники. МЖГ.- М.: 1984.- Т. 18.- С. 112-197.
8. Yarin A.L. Free liquid jet and films: hydrodynamics and rheology.- Haifa: Longman Scientific & Technical.- 1993.
9. Dinh T.N., Bui V.A., Nourgaliev R.R., Okkonen T. and Sehgal B.R.// Nucl. Eng. and Design.- 1996.- 163.- P. 191.
10. Колесниченко А.Ф., Казачков И.В., Водянюк В.О., Лысак Н.В. Капиллярные МГД-течения со свободными границами.- Киев: Наук. думка.- 1988.- 176 с.
11. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Проблемы гидродинамики и их математические модели.- М.: Наука.- 1973.
12. Eichelberger R. J. Experimental test of the theory of penetration by metallic jets// J. Appl. Physics.- 1956.- V. 27.- 1.
13. Carleone J., Jameson R. and Chou P. C. The tip origin of a shaped charge jet// Propellants and Explosives.- 1977.- V. 2.- 6.
14. Hirsch E. A formula for the shaped charge jet breakup-time// Propellants and Explosives.- 1979.- V. 4.- 5.
15. Кириловский С.А., Маевский К.К. Проникание кумулятивных струй в твердую преграду// Ж. Прикладной механики и технической физики.- 1989.- 2.
16. Saito M., et al. Experimental study on penetration behaviors of water jet into Freon-11 and Liquid Nitrogen/ ANS Proceedings 1988. Natl. Heat Transfer Conference.- Houston, Texas.- USA, July 24-27.- 1988.- P. 173-183.
17. Turner J.S. J. Fluid Mech.- 1966.- 26.- P. 779-792.
18. Helander L., Yen Shee-Mang, and Crank R.E.// ASHVE, Journal Section, March.- 1953.- 123.
19. Koestel A. ASHVE, Journal Section, June.- 1954.- 143.
20. Taylor G.I. In The Scientific Papers of G.I. Taylor/ Ed. G.K. Batchelor.- Cambridge University Press.- 1962.- 3.- P. 244-254.

УДК 666.7:621.039.58