УДК 621.311.153

В.П. КАЛИНЧИК, Н.Н. ФЕДОСЕНКО, В.В. КАЛИНЧИК

ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ОПЕРАТИВНОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ РЕЖИМОВ ЭЛЕКТРОПОТРЕБЛЕНИЯ

Введение

Большинство методов управления электропотреблением содержит два основных этапа: этап определения величины возможного превышения текущего электропотребления над заданным и этап выработки и реализации управляющих воздействий, направленных на ликвидацию риска превышения. Наиболее предпочтительной представляется ориентация на те методы, которые основаны на исследовании прогнозных оценок, составляющих исходную информацию для принятия решений по управлению.

Основными требованиями, предъявляемыми к системам реального времени являются: достаточно высокая точность оперативного прогнозирования и простота алгоритмов, обеспечивающая минимальное время решения и объем памяти системы; работа в условиях неопределенной и недостаточной информации; обеспечение устойчивости управления.

В автоматизированных системах управления электропотребления в силу малой изученности природы прогнозируемого процесса, недостаточной достоверности исходной информации, наиболее целесообразным является адаптивный подход к конструированию моделей прогнозирования [1 – 3].

Построение математической модели прогнозирования режимов электропотребления

Представим прогнозируемое значение процесса в точке $(t+\Delta t)$ в виде:

$$\hat{x}(t+\Delta t) = \overline{f}_i^T(\Delta t)\hat{a}_i(t), \qquad (1)$$

где $\hat{a}(t)$ – оценка неизвестных коэффициентов модели $a_i(t)$.

В этом случае время для расчета значений функции $f_i(t)$ отсчитывается относительно текущего наблюдения [4], т.е. $f_i(t-j-t) = f_i(-j)$.

Оценки коэффициентов $\hat{a}(t)$ находим из условия минимума "взвешенной" суммы квадратов:

$$\sum_{j=0}^{t} \omega_j^2 \left[x(t-j) - \overline{f}^T(-j)\hat{a}(t)\right]^2 = min. \qquad (2)$$

Оценки $\hat{a}_i$, когда все наблюдения берутся с одинаковым весом, получаются в виде [4]:

$$\hat{a} = C^{-1}B\overline{x}, \qquad (3)$$

где $\overline{x}$ - вектор столбец размером $(N \times 1)$ наблюдений прогнозируемого процесса;

$B = \left\| f_{ij} \right\|$ - матрица размером $(n \times N)$ значений элементов вектора $\overline{f}(t)$ при различных t (в данном случае $t = -j$);

n – число функций;

N – число наблюдений, а матрица C равна:

$$C = BB^T = \sum_{j=1}^{N} \overline{f}(-j)\,\overline{f}^T(-j). \qquad (4)$$

Введем в рассмотрение диагональную матрицу веса W. Выражение (2) в матричном виде будет:

$$\hat{e}^T W^2 e = \left(\overline{x}^T W - \hat{a}^T BW\right)\left(\overline{x}^T W - \hat{a}^T BW\right)^T, \qquad (5)$$

где $\hat{e}(-j)$ - ошибка прогноза, $\hat{e}(-j) = x(-j) - \hat{x}(-j)$.

Нахождение частных производных выражения (5) по $\hat{a}$ приводит к системе линейных уравнений:

$$\hat{a}^T BWW^T B^T = \hat{x}^T WW^T B^T, \qquad (6)$$

откуда

$$\hat{a} = \overline{x}^T WW^T B^T F^{-1}, \qquad (7)$$

где

$$F = BWW^T B^T = \sum_{j=1}^{N} \omega_j \overline{f}(-j)\overline{f}^T(-j). \qquad (8)$$

Произведем операцию трансформирования выражения (7):

$$\hat{a} = F^{-1}BW^2\overline{x}. \qquad (9)$$

Выражение (9) представляет собой аналог выражения (3) с весовыми коэффициентами ω.

Элементы матрицы F, стоящие на пересечении i-й строки и k-го столбца могут быть представлены в виде:

$$F_{ik}(t)=\sum_{j=0}^{t}\omega_j^2 f_i(-j) f_k(-j). \qquad (10)$$

Обозначим в выражении (9):

$$\overline{q}=BW^2\overline{x}, \qquad (11)$$

что представляет собой вектор столбец размером $(n\times 1)$, i-я составляющая которого имеет вид:

$$q_i(t)=\sum_{j=0}^{t}\omega_j^2 f_i(-j)x(t-j). \qquad (12)$$

Учитывая, что коэффициенты ω_j^2 и β^i в экспоненциальном сглаживании представляют собой вес текущих наблюдений, заменим (10) и (11) в виде:

$$F_{ik}(t)=\sum_{j=0}^{t}\beta^j f_i(-j) f_k(-j), \qquad (13)$$

$$q_i(t)=\sum_{j=0}^{t}\beta^j f(-j)x(t-j). \qquad (14)$$

Вектор неизвестных коэффициентов $\bar{a}$ в этом случае оценивается выражением:

$$\hat{a}(t)=F^{-1}(t)\overline{q}(t), \qquad (15)$$

а точечный прогноз в точке $(t+\Delta t)$ определяется в виде

$$\overline{x}(t+\Delta t)=\overline{f}^T(\Delta t)\hat{a}(t)= \\ =\overline{f}^T(\Delta t)F^{-1}(t)\overline{q}(t) \qquad (16)$$

Рассмотренная модель прогнозиро-вания является адаптивным сглаживанием в силу адаптации матрицы $F(t)$ к имеющейся статистике.

Учитывая смену отсчетов, $F(t)$ и $\overline{q}(t)$ будут определяться из выражений:

$$F(t)=\sum_{j=0}\beta^j\overline{f}(-j)\overline{f}^T(-j)= \\ =F(t-1)+\beta^t\overline{f}^T(-t), \qquad (17)$$

$$\overline{q}(t)=\overline{f}(0)x(t)+\sum_{j=0}^{t}\beta^j\overline{f}(-j)x(t-j). \qquad (18)$$

Известно [4], что полиномиальные, тригонометрические, экспоненциальные функции, их суммы и произведения обладают свойством:

$$\overline{f}(t+1)=L\overline{f}(t), \qquad (19)$$

где L – переходная матрица размером $(n\times n)$, а $\overline{f}(t)=L^{-1}\overline{f}(t+1)$.

Используя (12), запишем:

$$\overline{q}(t-1)=\sum_{j=0}^{t-1}\beta^j f(-j)x(t-j). \qquad (20)$$

Умножая обе части равенства (19) на L^{-1} и учитывая, что $f(-j-1)=L^{-1}f(-j)$, получим:

$$L^{-1}q(t-1)=\sum_{j=0}^{t-1}\beta^j f(-j-1)x(t-j-1). \qquad (21)$$

Умножая обе части полученного выражения на весовой коэффициент β так, чтобы:

$$\sum_{j=0}^{t-1}\beta\beta^j\overline{f}(-j-1)x(t-j-1)= \\ =\sum_{j=1}^{t}\beta\overline{f}(-j)x(t-j),$$

и исходя из выражения (17), получим:

$$q(t)=\overline{f}(0)x(t)+\beta L^{-1}\overline{q}(t-1). \qquad (22)$$

Показано [5], что в установившемся режиме состояние матрицы $F(t)$ не зависит от времени, т.е.:

$$F(t)=F(t-1)=const, \qquad (23)$$

и коэффициенты модели рассчитываются по формуле:

$$\hat{a}(t)=F^{-1}\overline{q}(t), \qquad (24)$$

а модель прогнозирования (16) представляется в виде:

$$\hat{x}(t+\Delta t)=\overline{f}^T(\Delta t)\hat{a}(t)=\overline{f}^T(\Delta t)F^{-1}\overline{q}(t)= \\ =\overline{\varphi}^T(\Delta t)\overline{q}(t). \qquad (25)$$

где $\overline{\varphi}^T(\Delta t)$ - вектор столбец размером $(n\times 1)$ коэффициентов, зависящих только от времени упреждения. Данный коэффициент рассчитывается заранее.

В [4] показано, что применительно к процессам, описываемым детерминированными полиномиальными основами, модель прогнозирования (25) дает тот же результат, что и экспоненциальное сглаживание.

Рассмотрим линейную модель прогноза. Для указанной модели

$$\overline{f}(t)=\begin{Vmatrix}1\\ t\end{Vmatrix}. \qquad (26)$$

В соответствии с (13) и учетом того, что $\beta=1-\alpha$ матрица $F(t)$ представляется в виде:

$$F(t)=\sum_{j=0}^{t}\beta^j\begin{Vmatrix}1 & -j\\ -j & j^2\end{Vmatrix}=$$

$$=\left(1-\beta^{t+1}\right)\begin{Vmatrix}\frac{1}{\alpha} & -\frac{\beta}{\alpha^2}\\ -\frac{\beta}{\alpha^2} & \frac{\beta(1+\beta)}{\alpha^2}\end{Vmatrix}. \quad (27)$$

Обратная матрица $F^{-1}(t)$ для $N=(t+1)$ наблюдений будет равна:

$$F^{-1}(t)=\frac{\alpha^4}{\beta\left(1-\beta^N\right)}\begin{Vmatrix}\frac{\beta(1-\beta)}{\alpha^3} & \frac{\beta}{\alpha^2}\\ \frac{\beta}{\alpha^2} & \frac{1}{\alpha}\end{Vmatrix}. \quad (28)$$

Вектор $\overline{q}(t)$ в соответствии с (14) определяется в виде:

$$\overline{q}(t)=\sum_{j=0}^{N-1}\beta^j x(t-j)\overline{f}(-j)=\begin{vmatrix}\sum_{j=0}^{N-1}\beta^j x(t-j)\\ -\sum_{j=0}^{N-1}\beta^j jx(t-j)\end{vmatrix}. \quad (29)$$

Из [6] для N наблюдений значения экспоненциальных средних $S_t^{(1)}$ и $S_t^{(2)}$ можно записать в виде:

$$\left.\begin{aligned}S_t^{(1)}&=\alpha\sum_{j=0}^{N}\beta^j x(t-j)+\beta^N S_0^{(1)}\\ S_t^{(2)}&=\alpha^2\sum_{j=0}^{N-1}(j+1)\beta^j x(t-j)\beta^N(N+1)S_0^{(2)}\end{aligned}\right\} \quad (30)$$

С учетом (30) выражение (29) запишется в виде:

$$\overline{q}(t)=\begin{vmatrix}\frac{1}{\alpha}\left(S_t^{(1)}-\beta^N S_0^{(1)}\right)\\ \frac{1}{\alpha^2}\left[\alpha\left(S_t^{(1)}-\beta^N S_0^{(1)}\right)+\beta^N(N+1)S_0^{(2)}-S_t^{(2)}\right]\end{vmatrix}. \quad (31)$$

Тогда из выражения (15) коэффициент модели:

$$a'(t)=F^{-1}(t)\overline{q}(t)=\begin{vmatrix}\hat{a}_0(t)\\ \hat{a}_1(t)\end{vmatrix}=\frac{1}{1-\beta^N}\times$$

$$\times\begin{vmatrix}2S_t^{(1)}-S_t^{(2)}-2\beta^N S_0^{(1)}+\beta^N(N+1)S_0^{(2)}\\ \frac{\alpha}{\beta}\left(S_t^{(1)}-S_t^{(2)}\right)-\beta^{N-1}S_0^{(1)}+\alpha\beta^{N-1}(N+1)S_0^{(2)}\end{vmatrix}. \quad (32)$$

При достаточно большом времени наблюдения t:

$$\hat{a}=\begin{vmatrix}\hat{a}_0\\ a_1\end{vmatrix}=\begin{vmatrix}2S_t^{(1)}-S_t^{(2)}\\ \frac{\alpha}{\beta}\left(S_t^{(1)}-S_t^{(2)}\right)\end{vmatrix}. \quad (33)$$

Выражение (33) в точности совпадает с выражением, приведенным в [6-8] для определения коэффициентов в модели экспоненциального сглаживания. Постоянная сглаживания β (или весовой коэффициент) выбирается аналогично постоянной сглаживания при экспоненциальном сглаживании.

Выводы

Обобщенная модель оперативного прогнозирования электропотребления легко трансформируется в модель экспоненциального сглаживания и может быть расширена для использования других (кроме полиномиальных) функций.

Литература

1. Редкозубов С.А. Статистические методы прогнозирования в АСУ. – М.: Энергоиздат, 1981. – 152 с.
2. Uri N.D. Peak load forecasting using on adaptive model / Eng. Opt. 1979. – Vol.4. – p. 57 – 63.
3. Праховник А.В. Автоматизация управления электропотреблением. – Киев: Вища школа, 1986. – 71.
4. Чуев Ю.В., Михайлов Ю.Б., Кузьмин В.И. Прогнозирование количественных характеристик процессов. - М.: Сов. Радио, 1975. – 400 с.
5. Broun R.G., Mayer R.F. The fundamental theorem of exponential smoothing // Oper. Res. – 1961. – Vol. 9. – №.5.
6. Лукашин Ю.П. Адаптивные методы краткосрочного прогнозирования. – М.: Статистика, 1979. – 254 с.
7. Праховник А.В. Розен В.П., Дегтярев В.В. Энергосберегающие режимы электроснабжения горнодобывающих предприятий. – М.: Недра, 1985. – 232 с.
8. Калінчик В. Модель адаптивного прогнозування режимів електроспоживання // Вісник ДУ „Львівська політехніка" – Проблеми економії енергії, - 1999, - № 2, С. 46 – 49.