

УДК 532

И.В. КАЗАЧКОВ, Е.И. КАЗАЧКОВА

О НЕСТАЦИОНАРНОЙ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ ПАРА В СЛОЕ ЧАСТИЦ

Введение

Теплогидравлические процессы в насыщенных гранулярных слоях встречаются в таких областях как ядерная энергетика, химическая технология, медицина, нефте- и газодобывающая промышленности, геотермия, космическая техника и т.д. При этом в каждой области возникают свои специфические особенности, однако ряд отличительных свойств является общим для всех подобных задач. Поэтому проблема представляет не только теоретический интерес. Процесс фильтрации газа (пара) в слое частиц при наличии теплообмена частиц с потоком имеет важное значение во многих прикладных задачах и природных процессах. Особенно сложной и малоизученной данная проблема представляется в случае сильного проявления таких осложняющих факторов, как локальное термодинамическое неравновесие частиц и газа (пара), внутренние тепловыделения (например, вследствие электрического тока, проходящего по проводящим частицам, или внутренних тепловыделений радиоактивных или химических веществ) и т.п. Так, при моделировании тяжелых аварий на АЭС [1-9], требуемом для обоснования их безопасности, в одном из сценариев для моделирования течения охладителя в слое радиоактивных частиц необходимо исследовать характеристики течения охладителя и динамики температуры частиц [9-12].

При моделировании нестационарного течения газа (пара) в слое частиц при наличии существенной неизотермичности системы обычно принимается гипотеза локального термодинамического равновесия частиц и протекающего флюида, которая, строго говоря, хорошо работает в случае малой разности температур частиц и флюида и

высокой скорости их выравнивания, что не всегда выполняется в практике. При наличии нелинейной зависимости физических свойств сред (например, теплопроводности от температуры) и внутренних источников тепла такое предположение не соответствует действительности и нарушает многие реальные закономерности. Поэтому в данной работе задача решается при более общих допущениях.

1 Постановка задачи

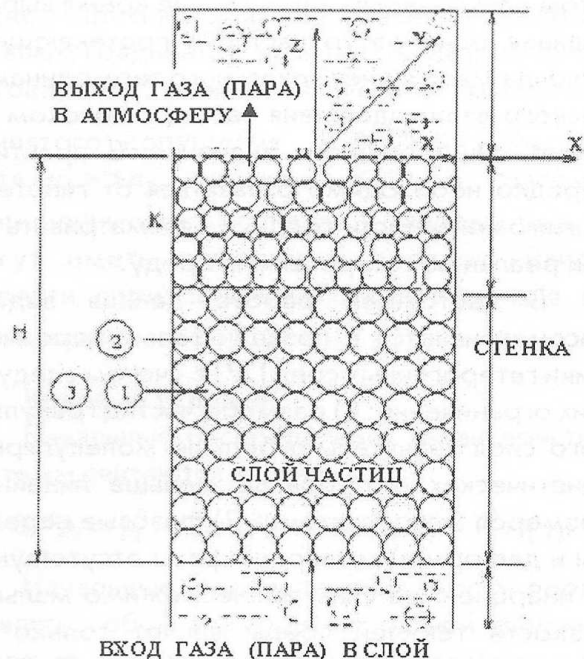


Рис. 1. Структурная схема течения газа (пара) в слое частиц

Рассматривается задача о фильтрации газа в моносферическом слое, граничащем с непроницаемым массивом, служащим для теплоотвода или тепловой изоляции системы, как показано на рисунке 1. В равновесном состоянии находящиеся в гранулярном слое текучие среды (газ, пар) могут двигаться или быть неподвижными. Такие сложные

гетерогенные системы, рассматриваемые ниже, имеют многочисленные применения в технологических установках и процессах современной промышленности и техники. Их отличительной особенностью является пространственная неоднородность веществ и физических характеристик, наличие разрывов полей скорости, давления, температуры, плотности и т.д. В настоящее время имеются работы советских и иностранных исследователей [13-30], посвященные выводу фундаментальных уравнений нестационарного неизотермического движения теплоносителей в гранулярных слоях и решению различных практических задач как теоретически, так и экспериментально. Применение аналитических и численных методов с использованием современных ЭВМ позволило установить некоторые характерные особенности систем, важные для практики. Однако в большинстве работ процесс нестационарного теплообмена исследуется на основе сведения многофазной многокомпонентной природной или технической системы к некоторому условному континууму с осредненными по пространству параметрами, что является оправданным лишь в том случае, когда характерное время выравнивания температур частиц и протекающего флюида мало и учет локального термодинамического взаимодействия частиц с потоком не имеет существенного значения. В практике нередко необходимо отказаться от гипотезы квазигомогенности среды и рассматривать ее как реальную гетерогенную среду.

В настоящей работе данная задача рассматривается с позиций термогидродинамики гетерогенных сред [27] с учетом следующих ограничений: 1) размеры частиц гранулярного слоя значительно больше молекулярно-кинетических, но гораздо меньше линейных размеров макросистемы, 2) фазовые переходы и деформации твердой фазы отсутствуют, 3) инерционные силы пренебрежимо малы, а вязкость текучей среды влияет только на динамическое взаимодействие фаз. Предполагается, что исследуемая физическая система содержит пронизываемый массив, состоящий из K монодисперсных прослоек, расположенных последовательно друг за другом и пронумерованных снизу вверх, как показано на рисунке 1. Тогда с учетом принятых допущений и уравнений насыщенного гранулярного слоя Р.И. Нигматулина [27] математическую модель системы можно представить в следующем виде:

$$\alpha_{1K} + \alpha_{2K} = 1, \quad \bar{v}_{2K} \approx 0,$$

$$\frac{\partial \rho_{1K}}{\partial t} = -(\rho_{1K} \operatorname{div} \bar{v}_{1K} + \bar{v}_{1K} \nabla \rho_{1K}),$$

$$\rho_{1K} \left(1 + \frac{\alpha_{2K}}{2} \right) \frac{\partial \bar{v}_{1K}}{\partial t} + \alpha_{1K} \nabla p_{1K} + \rho_{1K} \bar{g} + \bar{F}_{\mu K} = 0,$$

$$\frac{\alpha_{2K}}{2} \rho_{1K} \frac{\partial \bar{v}_{1K}}{\partial t} = \alpha_{2K} \nabla p_{1K} + \rho_{2K} \bar{g} - \bar{F}_{\mu K} - \operatorname{div} \sigma_K,$$

$$\left(\frac{1 - v_{JK}^\sigma}{\alpha_{1K} \beta_{p1}} + \frac{1}{\alpha_{2K} \beta_{pK2}} \right) \frac{\partial \alpha_{1K}}{\partial t} =$$

$$= \frac{1 - v_{JK}^\sigma}{\beta_{p1}} \left(\frac{1}{\rho_{1K}} \frac{\partial \rho_{1K}}{\partial t} + \beta_{T1} \frac{\partial T_{1K}}{\partial t} \right) + \frac{v_{JK}^\sigma v_{JK}^*}{\beta_{p2K}} \beta_{T2K} \frac{\partial T_2}{\partial t},$$

$$\rho_{1K} c_{1v} \left(\frac{\partial T_{1K}}{\partial t} + \bar{v}_{1K} \nabla T_1 \right) = \bar{F}_{\mu K} \bar{v}_{1K} +$$

$$+ \frac{\alpha_{1K}}{\rho_{1K}^0} p_{1K} \left(\frac{\partial \rho_{1K}^0}{\partial t} + \bar{v}_{1K} \nabla \rho_{1K}^0 \right) + \operatorname{div} (\lambda_{1K}^*) + Q_\Sigma,$$

$$\rho_{2K} c_{2v} \frac{\partial T_2}{\partial t} = \operatorname{div} (\lambda_{2K}^* \nabla T_{2K}) - Q_\Sigma,$$

$$\rho_3 c_3 \frac{\partial T_3}{\partial t} = \operatorname{div} (\lambda_3 \nabla T_3). \tag{1}$$

Здесь: $\rho_{jK} = \rho_{jK}^0 \alpha_{jK}$ - плотности соответствующих фаз, $j=1, 2, 3$ соответственно для текучей среды, твердых частиц гранулярного слоя и окружающего теплопроводного массива. Нулевые индексы соответствуют истинным плотностям фаз, a_j - объемные содержания фаз, $\bar{g} = \{0, 0, g\}$ - ускорение силы тяжести, $v_{JK}^\sigma, \beta_p, \beta_T$ - характеристика упругости скелета гранулярного слоя и коэффициенты, характеризующие изменение плотности фаз в зависимости от давления и температуры. Параметры межфазного термогидродинамического взаимодействия имеют вид [27]:

$$\bar{F}_{\mu K} = \frac{\alpha_{1K}}{k_0} \mu_{1K} \bar{v}_{1K} \left(\frac{\alpha_{10}}{\alpha_{1K}} \right)^n, \quad v_{JK}^* = \frac{\lambda_{JK}^\sigma + \frac{2}{3} \mu_{JK}^\sigma}{\lambda_{2K}^\sigma + \frac{2}{3} \mu_{1K}^\sigma},$$

$$Q_\Sigma = 4\pi b^2 \beta_{1K} (T_{1K} - T_K), \quad b_{1K} = \sqrt{k_K \alpha_{2K}},$$

$$T_K = \frac{\lambda_{1K} Nu_1 T_{1K} + \lambda_{2K} Nu_2 T_{2K}}{\lambda_{1K} Nu_1 + \lambda_{2K} Nu_2},$$

$$\sigma_K = \alpha_{2K} v_{JK}^\sigma \left[p_{1K} - \left(\frac{2}{3} \mu_{JK}^\sigma + \lambda_{JK}^\sigma \right) \beta_{T_{2K}} (T_2 - T_{20}) \right],$$

где b, b_1 – характерные радиусы частиц слоя и пустот (пор) в слое;

k, c, β, λ^* – коэффициенты проницаемости, теплоемкости, теплообмена на границе с Σ -фазой [27] и теплопроводности;

$\lambda_2^\sigma, \mu_2^\sigma$ – модули упругости Ламе;

σ_k – эффективные напряжения в слое;

K – номер слоя.

Для числа Нуссельта по частицам положим $Nu_2 \approx 2$, а для жидкой фазы используем закон Фрослинга:

$$Nu_1 = 2 + 0,6 Pr^{1/3} Re_v^{1/2}.$$

Уравнения (1) записаны для случая течения газа (пара), а для капельной жидкости уравнение энергии первой фазы необходимо заменить следующим:

$$\rho_{1K} c_{1V} \left(\frac{\partial T_{1K}}{\partial t} + \bar{v}_{1K} \nabla T_{1K} \right) = \text{div}(\lambda_{1K}^* \nabla T_{1K}) + Q_\Sigma.$$

Для газа можно воспользоваться следующими термодинамическими соотношениями и формулами [31, 32]:

$$\lambda_1 = \mu_1 \frac{c_1}{Pr}, \quad \rho_{1K}^0 = \frac{p_{1K}}{RT_{1K}}, \quad \frac{\mu_1}{\mu_{10}} = \left(\frac{T_1}{T_{10}} \right)^m, \quad (2)$$

где R – универсальная газовая постоянная;

Pr – число Прандтля;

$m=0,5 \div 1,0, n=10$.

При больших давлениях соотношения (2) верны лишь в узких пределах по z .

2 Двумерная модель

Далее для упрощения движение теплоносителя в моногранулярной среде рассматривается в двумерной постановке, в пренебрежении изменением параметров по y . Считая, что движение происходит снизу вверх и слой с боковых сторон граничит с непроницаемым массивом, из уравнений (1) с учетом вышеизложенного получим:

$$\frac{\partial \rho_1^0}{\partial t} = -\rho_1^0 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial z} \right),$$

$$\rho_1 \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial t} + \nabla p_1 + (\rho_1 + \rho_2) \bar{g} = \text{div} \sigma_K,$$

$$\rho_1^0 \left(1 + \frac{\alpha_2}{2} \right) \frac{\partial \bar{v}_1}{\partial t} + \nabla p_1 + \mu_1 \frac{\bar{v}_1}{k_0} \left(\frac{\alpha_{10}}{\alpha_1} \right)^n + \rho_1^0 \bar{g} = 0, \quad (3)$$

$$\rho_1 c_{1V} \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + \bar{v}_1 \nabla T_1 \right) = \alpha_1 R T_1 \frac{\partial \rho_1^0}{\partial t} +$$

$$+ \text{div}(\lambda_1 \nabla T_1) + Q_\Sigma + \mu_1 (u_1^2 + w_1^2) \frac{\alpha_1}{k},$$

$$\rho_j c_j \frac{\partial T_j}{\partial t} = \text{div}(\lambda_j \nabla T_j) + (j-3) Q_\Sigma,$$

где $j=2,3, k=k_0 (\alpha_1 / \alpha_{10})^n$.

Величины с нулевым индексом берутся при $T_j = T_{j0}$. Отсюда следует:

$$u_1 \ll w_1, \quad \frac{\partial \rho_1^0}{\partial x} \ll \frac{\partial \rho_1^0}{\partial z},$$

$$u_1 = \left(1 + \frac{\alpha_2}{2} \right) \frac{k \alpha_2}{\mu_1 \alpha_1} \frac{\partial p_1}{\partial x}, \quad w_1 = \frac{gk}{\mu_1} (\rho_1 - \rho_1^0 + \rho_2).$$

вследствие чего $\bar{v}_1 \nabla \rho_1^0 \ll \rho_1^0 \text{div} \bar{v}_1$ при $T_1 \approx c(x)(\rho_2 g z - p_a)$. Выражение для вертикальной составляющей скорости в первом приближении соответствует закону Дарси, т.к.

$\rho_1^0 \ll \rho_1 + \rho_2$, а выражение для горизонтальной составляющей скорости содержит физическое противоречие: движение с положительным градиентом давления по направлению потока, что можно объяснить грубостью принятого допущения $\rho_2 \partial u_2 / \partial t \ll \rho_1 \partial u_1 / \partial t$. Хотя $u_1 \gg u_2$, однако $\rho_1 \ll \rho_2$ и поэтому инерционные силы флюида и твердых частиц могут иметь одинаковый порядок. Ввиду малости горизонтальных скоростей для u_1 принимается закон Дарси.

Краевые условия

Начальные распределения характеристик системы считаются заданными:

$$t=0, \quad p_1 = p_1^0, \quad u_1 = u_1^0, \quad \alpha_1 = \alpha_1^0, \quad T_j = T_j^0. \quad (4)$$

Начальные распределения могут представлять собой возмущения разной формы, которые с течением времени затухают или нарастают.

Кроме того, система полагается симметричной относительно вертикальной оси:

$$x=0, \quad x=x_L, \quad u_1=0. \quad (5)$$

Условие равенства температур и тепловых потоков на границе с непроницаемым массивом с учетом $\alpha_1 \sim \alpha_2, \lambda_1 \ll \lambda_2$ дает:

$$x = x_L, T_j = idem, \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial x} = \lambda_3 \frac{\partial T_3}{\partial x} \quad (6)$$

На значительном удалении от границы проницаемого слоя с непроницаемым массивом температура постоянна:

$$x = x_\infty, \frac{\partial T_3}{\partial x} = 0. \quad (7)$$

На нижней границе температуры сред постоянны:

$$z = -H, T_j = T_{jn}. \quad (8)$$

На верхней границе известно давление флюида и задаются условия теплообмена с окружающей средой и условия линейности температуры теплоносителя в приповерхностном слое:

$$z = 0, p_1 = p_{1n}, \frac{\partial T_1}{\partial z} = const, \lambda_j \frac{\partial T_j}{\partial z} = \lambda_{jc} (T_j - T_c), j = 2, 3, \quad (9)$$

где λ_{jc}, T_c - коэффициент теплообмена с окружающей средой и ее температура.

3 Безразмерная форма краевой задачи

Для дальнейшего рассмотрения задачи удобно перейти к безразмерной ее форме, имеющей более общий вид и потому более предпочтительной для проведения вычислительного эксперимента. С этой целью вводятся следующие масштабы измерения длины, времени, скорости, давления и температуры, соответственно: $H, H^2/a_2^0, a_2^0/H, \mu_{10}a_2^0/k_0$ и

ΔT , где ΔT - характерный перепад температуры в системе. Тогда краевую задачу (3)-(9) для случая $\alpha_1 = const$ можно записать:

$$u_1 = -\left(\frac{T_{10}}{T_1}\right)^m \frac{\partial p_1}{\partial x}, \frac{\partial \rho_1^0}{\partial F_0} = -\rho_1^0 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial z}\right), \frac{\partial p_1}{\partial z} = Pe(\alpha_1 - 1)[1 + \Delta_2(T_{20} - T_2)] - \frac{\alpha_1 p_1}{T_1} Re_*^2, \frac{\partial T_1}{\partial F_0} = (1 - \gamma_1) T_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial w_1}{\partial z}\right) - \left(u_1 \frac{\partial T_1}{\partial x} + w_1 \frac{\partial T_1}{\partial z}\right) + (\gamma_1 - 1)(u_1^2 + w_1^2) \left(\frac{T_1}{T_{10}}\right)^m \frac{T_1}{p_1} + \frac{\gamma_1 Pe}{\alpha_1 \chi_a \chi_\rho Re_*^2 p_1} \times \left(\frac{T_1}{T_{10}}\right)^m \left\{ T_1 \left(\frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2}\right) +$$

$$+ m \left[\left(\frac{\partial T_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial T_1}{\partial z}\right)^2 \right] + \xi Nu_1 T_1 (T_2 - T_1) \right\}, \quad (10)$$

$$\rho_1^0 = \chi_\rho \frac{p_1 Re_*^2}{Pe T_1},$$

$$\frac{\partial T_2}{\partial F_0} = \frac{1}{\alpha_1 [1 + \Delta_2(T_{20} - T_2)]} \times$$

$$\times \left[\frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} + Nu_1 T_1 (T_1 - T_2) \frac{\xi}{\chi_\lambda} \left(\frac{T_1}{T_{10}}\right)^m \right],$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial F_0} = a_{3/2} \left(\frac{\partial^2 T_3}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_3}{\partial z^2}\right),$$

$$w_1 = \left(\frac{T_{10}}{T_1}\right)^m \left[\frac{p_1}{T_1} Re_*^2 + \chi_\rho Ra^* (T_2 - T_{20}) - Pe \right] (\alpha_1 - 1);$$

$$F_0 = 0, p_1 = p_1^0, T_j = T_j^0; \quad (11)$$

$$x = 0, u_1 = 0, x = x_\infty, \frac{\partial T_3}{\partial x} = 0; \quad (12)$$

$$x = x_L, u_1 = 0, T_j = idem, \frac{\partial T_2}{\partial x} = \lambda_{j/2} \frac{\partial T_3}{\partial x}; \quad (13)$$

$$z = 0, p_1 = p_{1f}, \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} = 0,$$

$$\frac{\partial T_j}{\partial z} = N_{jf} (T_j - T_{jn}), j = 2, 3; \quad (14)$$

$$z = -1, T_j = T_{jn};$$

где $Pe = w_0 H / a_2^0, w_0 = \rho_{20}^0 kg / \mu_{10},$

$Re_v = w_0 b_1 / \nu_{10}, Da = k / H^2$ - число Пекле, характерная скорость фильтрации, число Рейнольдса по порам и число Дарси;

$Gr = g \Delta_2 H^3 \nu_{10}^2, Ra^* = Gr Pr^* Da$ - числа Грасгофа и Рэлея (фильтрационное);

$$Re_*^2 = gH / (R \Delta T), Fo = a_2^0 t / H^2,$$

$N_{jf} = \lambda_{jc} H / \lambda_j$ - числа Фурье (безразмерное время, критерий тепловой гомохронности) и Нуссельта;

$\xi = S_{12} H^2 / b_1$ - параметр структуры гранулярного слоя;

$$\chi_a = a_2^0 / a_1^0, \quad \chi_p = \rho_{20}^0 / \rho_{10}^0,$$

$$a_1^0 = \lambda_1^0 / (\rho_{10}^0 c_1) \Delta_2 = \beta_{T_2} \Delta T,$$

$$\gamma_1 = c_{p1} / c_{v1}, \quad \chi_\lambda = \lambda_2 / \lambda_1^0, \quad a_{\gamma/2} = a_3 / a_2^0,$$

S_{12} - удельная межфазная поверхность.

В построенной математической модели для характерного радиуса пор получается

$$b_1 = b \sqrt{2(2 - \pi/3)\pi}. \quad \text{Из анализа модели}$$

следует, что при малых размерах частиц и больших размерах слоя гетерогенную модель реализовать в вычислительном эксперименте может быть весьма сложно ввиду того, что уравнения энергии содержат в правых частях члены с произведением величин

$Nu_1 T_1 (T_1 - T_2) \xi$, которые при больших значениях параметра структуры гранулярного слоя, в случае близких температур, вызывают особенность типа $0 \cdot \infty$, обусловленную членом $\xi (T_1 - T_2)$, который приводит к неустойчивости

численного решения краевой задачи. Очевидно, что последнее обстоятельство дает сильную неустойчивость при численном решении задачи, причем, она проявляется тем сильнее, чем менее выражена гетерогенность системы. Практические пределы применимости построенной модели могут быть уточнены в результате решения конкретных вычислительных задач в каждом конкретном случае.

4 Вычислительный эксперимент по теплогидравлическим процессам в газонасыщенной гранулярной среде, окруженной непроницаемым массивом

В описанной физической системе "насыщенная теплоносим флюидом гранулярная среда - теплопроводный непроницаемый массив" при определенных условиях могут возникать параметрические колебания, которые в одних технологических процессах необходимо подавлять, в других, наоборот, возбуждать. Возбуждать и подавлять такие колебания можно с помощью электромагнитных, тепловых, акустических и других воздействий. Например, электромагнитное управление процессом возможно в случае, когда хотя бы одна из сред является проводящей. При этом можно рассмотреть, например, случаи возбуждения колебаний возмущениями начальных параметров системы, взаимодействием объемных и поверх-

ностных внешних сил (колебания давления и температуры теплоносителя) и т.п. Разработанный алгоритм и фортран-программа для его реализации позволяют исследовать следующие физические ситуации:

- 1) для $\forall t \geq 0$ - возмущений нет;
- 2) при $t > 0$ возмущений нет;
- 3) имеются внешние переменные воздействия (электромагнитное, акустическое и другие поля);
- 4) различные комбинации трех предыдущих физических ситуаций.

Сложность расчета колебательных процессов с помощью ЭВМ усугубляется тем, что численную неустойчивость, колебания ошибок приближенных вычислений не всегда можно отделить от колебаний параметров физической системы. Поэтому здесь необходим особенно тщательный анализ получаемых расчетных данных и их проверка на адекватность модели.

4.1 Расчет параметров системы для равномерного начального температурного поля (невозмущенное состояние)

Для численного решения краевой задачи (10)-(14) был построен эффективный конечно-разностный алгоритм [15, 16], основанный на расщеплении задачи по процессам и физическим переменным [33] с последующей заменой двумерной системы уравнений в частных производных ее аппроксимацией, состоящей из двух систем одномерных уравнений. При этом первая система решается на нижнем временном подслое, а вторая - на верхнем подслое. А в целом аппроксимация исходной системы выполняется за 2 дробных шага по времени, которые составляют один полный шаг по времени. Вначале описанная математическая модель была апробирована при решении задачи для первой физической ситуации. Результаты расчетов приведены на рис.2-4. При этом приведенные на рис.2 расчеты даны для конечно-разностной сетки 11×6 , а на рисунке 3 - для сетки 21×11 . Рис.4 показывает сравнение расчетных данных для этих двух сеток. Как показывают вычислительные эксперименты, две последовательные итерации на каждом временном слое при шаге по времени не более 10^{-8} (10^{-5} соответствует 1 году при принятых значениях параметров большой природной геотермальной подземной системы) полностью совпадают с точностью до пяти значащих цифр.

Значения параметров задачи следующие

[15, 16]:

$$k = 1,5 \cdot 10^{-14} \text{ } \dot{\nu}^2, \quad H = 10^3 \text{ } \dot{\nu}, \quad \Delta T = 200^0 \text{ } K,$$

$$\rho_{10}^0 = 0,58 \hat{e} \dot{\nu} / \dot{\nu}^3, \quad \rho_{20}^0 = 2,6 \cdot 10^3 \hat{e} \dot{\nu} / \dot{\nu}^3,$$

$$\lambda_1^0 = 24,1 \cdot 10^{-3} \hat{A} \dot{\nu} / (\dot{\nu} \cdot \hat{a} \dot{\nu} \dot{\nu}),$$

$$\lambda_2^0 = 1,58 \hat{A} \dot{\nu} / (\dot{\nu} \cdot \hat{a} \dot{\nu} \dot{\nu}),$$

$$a_1^0 = 2,04 \cdot 10^{-5} \dot{\nu}^2 / \hat{n}, \quad a_2^0 = 6,3 \cdot 10^{-7} \dot{\nu}^2 / \hat{n},$$

$$\gamma_1 = 1,28, \quad \mu_{10} = 124 \cdot 10^{-7} H \cdot c / \dot{\nu}^2, \quad \alpha_1 = 0,26,$$

$$T_{10} = 1,865, \quad p_{1f} = 1,52 \cdot 10^5 H / \dot{\nu}^2,$$

$$Re_*^2 = 0,113, \quad Pe = 5 \cdot 10^4, \quad Da = 1,5 \cdot 10^{-20},$$

$$Pr = 1,05 \cdot 10^{-3}, \quad Ra_* = 47,7, \quad Na_1 = 2,01,$$

$$Gr = 9,35 \cdot 10^{22}, \quad T_j^0(x, y) = T_{j0}^0 - c_j z, \quad c_j - const.$$

Вычислительные эксперименты показали, что две последовательные итерации на каждом временном слое дают совпадающие результаты с точностью до пяти значащих цифр при шаге по времени, не превышающем 10^{-8} . Для геотермальной системы с характерным линейным размером километр [15, 16] число Фурье $F_0 = 10^{-5}$ соответствует длительности, равной примерно одному году. Горизонтальная составляющая скорости фильтрации (термоконвекция) может проявлять различие для таких вариантов расчетов вследствие того, что она очень мала (горизонтальная скорость составляет максимум 1% от вертикальной, а в основном же она на 4-6 порядков ниже вертикальной скорости фильтрации в зависимости от проницаемости слоя частиц).

Расчеты на разностных сетках 11x6 и 21x11, как видно из рисунков 2-4, заметно отличаются лишь вблизи свободной поверхности проницаемого гранулярного слоя и на нижней границе $z = -1$, тогда как в основной части слоя разница вычислений на этих двух сетках незначительна, в целом она менее 5%. Еще меньше отличие расчетов на сетках 21x11 и 41x21, однако последняя сетка требует значительного объема оперативной памяти и поэтому ее применение не всегда целесообразно. Можно ограничиться конечно-разностной сеткой 21x11, дающей достаточно хорошую точность вычислений и сравнительно простую в реализации. Эффекты нестационарности системы заметно проявляются примерно с $F_0 = 10^{-7}$, что свидетельствует о ее

значительной тепловой инерционности. Различие температур флюида и частиц проницаемого слоя проявляется, главным образом, вблизи свободной поверхности, где теплоноситель истекает в окружающее пространство, а внутри слоя все параметры практически линейно зависят от вертикальной координаты z , лишь при $z=0$ и $z=-1$ нелинейность существенна (концевые, пограничные эффекты). Плотность теплоносителя и скорость его движения в гранулярной засыпке являются слабонелинейными функциями z , во времени эти характеристики изменяются слабо. Все параметры системы практически не зависят от x во всей рассматриваемой области, кроме узкой окрестности границы гранулярного слоя с окружающим его непроницаемым массивом, где имеются существенные температурные неоднородности. В этих довольно узких (пограничных) областях скорость движения флюида выше, чем в остальной части слоя, на 5...15% (увеличение скорости наблюдается по мере приближения к нижней границе слоя $z = -1$). Наиболее широким является диапазон изменения плотности газа (пара) – 0...30%.

Обратное влияние проницаемого гранулярного слоя на окружающий его непроницаемый массив довольно слабое. Возмущение температуры массива по мере удаления от границы с проницаемым слоем резко убывает, так что во многих практических случаях его можно не учитывать, принимая во внимание только тепловой поток из слоя в окружающий его массив. Последнее обстоятельство можно упрощенно учесть в граничных условиях, опустив уравнение теплопроводности непроницаемого массива, если распределение температуры в массиве знать не требуется по условиям поставленной задачи. Такое упрощение математической модели системы возможно во всех случаях, когда непроницаемый массив имеет большое термическое сопротивление и выполняет роль теплоизолятора. Если же он служит для отвода тепла, необходимо использовать разработанную математическую модель и созданное прикладное программное обеспечение.

В общем случае предложенная методика позволяет производить расчет и анализ термогидродинамических процессов в насыщенной гранулярной среде, исследовать взаимодействие температурных, гидродинамических, электромагнитных и других полей в рассматриваемой системе. Учет эффектов нестационарности, неизотермичности, гетеро-

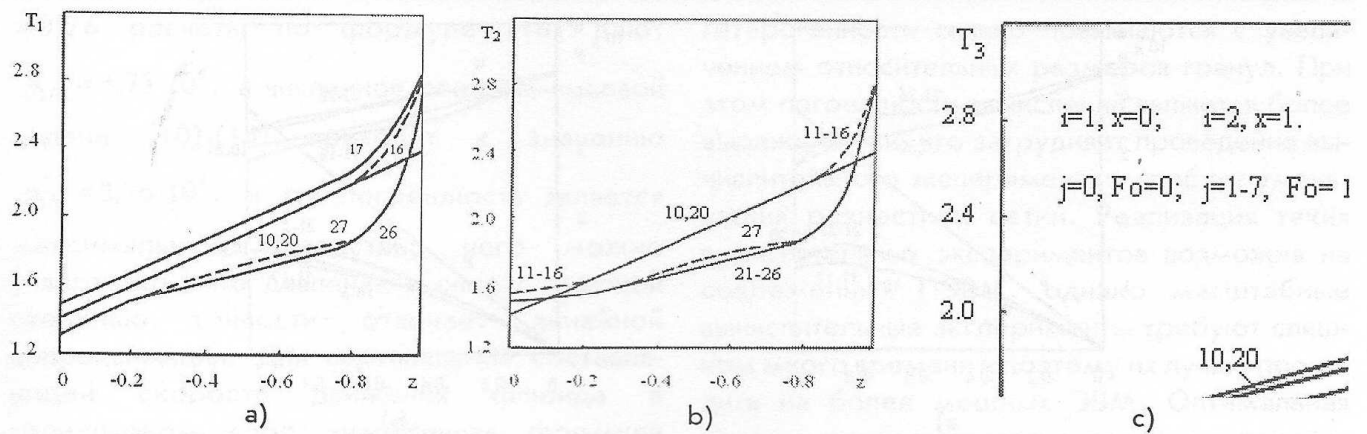


Рис. 2. Температуры пара (а), частиц (б) и окружающего массива (с) на сетке 11x6

генности и других дает возможность выявить новые закономерности, использование которых в технологических установках и процессах может привести к интенсификации и оптимизации процессов и устройств. Апробированные таким образом средства далее используются при исследовании параметрических колебаний в описанной системе.

4.2 Расчет параметров системы для неравномерного начального температурного поля (возмущенное состояние)

В отличие от ранее приведенного примера расчета, выполненного для случая, когда распределение температур в начальный момент времени равномерное по x и линейное по z , где температуры флюида и частиц совпадали, а температура непроницаемого массива слегка от них отличалась, здесь исследуется случай возмущенного начального распределения температуры поступающего в слой теплоносителя:

$$T_1^0(x, z) = T_{10}^0(x, z) + \theta_1^0 \sin k_1 x \sin m_1 z, \quad (15)$$

где $T_{10}^0(x, z)$ - равномерное начальное распределение температуры;

θ_1^0 - амплитуда возмущения;

k_1, m_1 - волновые числа.

Физически это может быть истолковано как наличие аномальных термопроявлений (например, в технологической установке с гранулярной засыпкой это может быть следствием неоднородности слоя, случайных возмущений разного рода, перебоев в подаче газа (пара), а в подземном проницаемом слое это может случиться в результате глубинных флуктуаций термодинамических параметров, особенно - в вулканических областях).

Результаты расчетов параметрических колебаний системы с учетом (15) для случая $\xi = 4 \cdot 10^4$ представлены на рисунках 5-8.

Температура нижней границы проницаемого слоя изменяется в начальный момент времени скачком и далее остается практически постоянной, как и в предыдущем случае. Скачок температуры на нижней границе приводит к росту температуры на границе раздела проницаемого и непроницаемого

массивов ($Fo = 2 \cdot 10^{-9}$). До $Fo = 2 \cdot 10^{-6}$ картина остается почти неизменной по всем параметрам системы, а далее происходит постепенное выравнивание температуры движущегося в слое теплоносителя. Но уже при $Fo = 2 \cdot 10^{-5}$ счет задачи прекращается из-за численной неустойчивости, происходящей, в основном на $x=0,4$, независимо от шага по

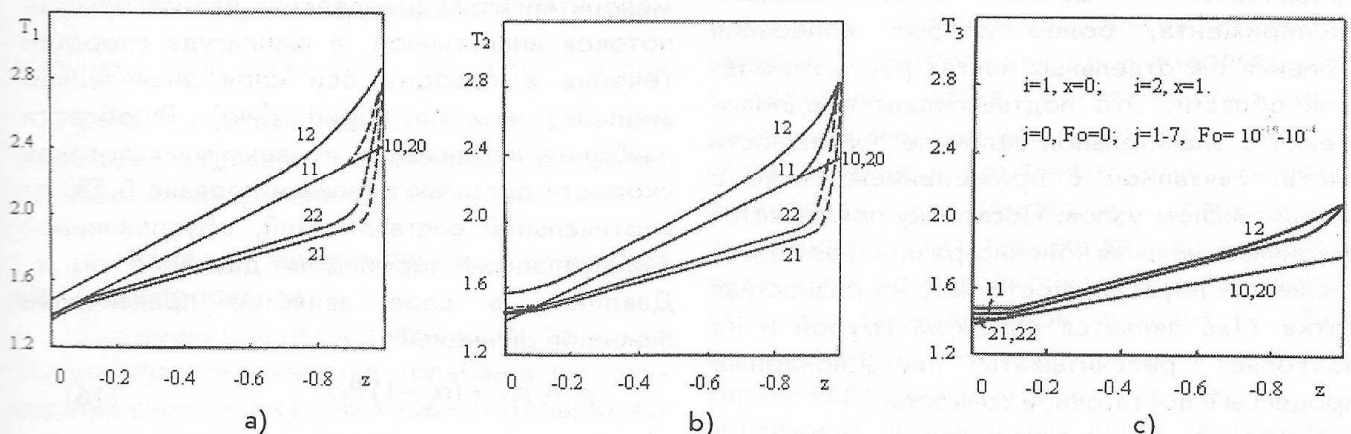


Рис. 3. Температуры пара (а), частиц (б) и окружающего массива (с) на сетке 21x11

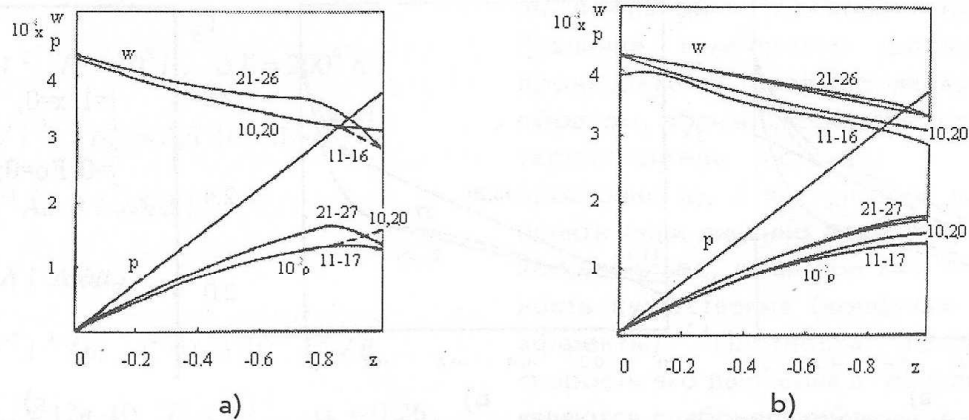


Рис. 4. Скорость фильтрации, давление и плотность пара, вычисленные на сетках 11x6 (а) и 21x11 (б)

времени и начального распределения температуры (колебательного или равномерного). Варьирование физических характеристик системы (пористости, размеров частиц, слоя гранул, начальных распределений и т.д.) не влияет на выявленную неустойчивость процесса: при $x=0,4$, $Fo = 2 \cdot 10^{-5}$ происходит резкое возрастание температуры флюида, приводящее на следующем шаге к останову. Это связано с большими погрешностями конечно-разностной сетки с малым числом узлов. Температура гранул проницаемого слоя резко изменяется в начальный момент времени и в дальнейшем практически не меняется (флюид не успевает за рассматриваемый промежуток времени существенно изменить температуру частиц слоя).

Рис.5 показывает эволюцию температуры в области. Поле температуры частиц в слое изменяется слабо сравнительно с температурой пара, поэтому оно не показано на рисунке. Соответствующая эволюция плотности пара и скорости его фильтрации показана на рисунках 6, 7.

Колебания температуры пара в слое мало влияют на остальные параметры системы, которые испытывают, как видно из представленных данных вычислительного эксперимента, более слабые колебания ("биения") в отдельных частях рассматриваемой области. Это подтверждает предположение о значительной величине погрешности счета, связанной с применением сетки с малым числом узлов. Поскольку применяется устойчивая неявная конечно-разностная схема, численной неустойчивости нет, но разностная сетка 11x6 является слишком грубой и не позволяет рассчитывать нестационарные процессы с достаточной точностью.

Случаи $\xi = 4 \cdot 10^4$, $\xi = 4 \cdot 10^2$ (характер-

ный размер частиц-гранул составляет порядка 0,01 и 0,1 высоты слоя) отличаются тем, что при более крупных частицах выравнивание температур идет не только от границы раздела непроницаемого и проницаемого массива, но также и от оси симметрии системы (центра проницаемого слоя). Отмеченные погрешности вычислений являются более выраженными. Расчет для $\xi = 4 \cdot 10^6$ почти совпадает со случаем $\xi = 4 \cdot 10^4$, т.е. влияние гетерогенности системы начинает теряться при этих значениях параметра ξ .

5 Влияние параметров фаз и структуры гетерогенной среды на поведение системы

Анализ полей плотности и скорости движения теплоносителя, рассчитываемые по полученным распределениям температурных полей, показывает, что горизонтальное движение в верхней части слоя практически отсутствует в начальный момент времени, а в дальнейшем появляется сравнительно слабое течение у наружной границы проницаемого слоя. В средней части слоя идут сначала две области разнонаправленного движения: интенсивная (течение происходит в основном к оси слоя и только на внешней границе - в сторону непроницаемого массива) и малоинтенсивная (разделение направленности потоков аналогичное, а амплитуда скорости течения в сторону оси слоя значительно меньше, чем на периферии). В области наиболее интенсивных конвективных потоков скорости достигают величин порядка 0,5% от вертикальной составляющей, обусловленной значительным перепадом давления по z. Давление в слое является практически линейной функцией z:

$$p_1 \approx p_{1r} + (\alpha_1 - 1) P_{ez}. \tag{16}$$

Если положить $T_1 = T_2 = 1,865 - z$, то для $\alpha_1 =$

$=0,26$ расчеты по формуле (16) дают $p_{111} = 3,73 \cdot 10^4$, а численное решение краевой задачи (10)-(14) приводит к значению $p_{111} = 3,76 \cdot 10^4$, и эта погрешность является максимальной, вследствие чего можно утверждать, что давление в слое с высокой степенью точности отвечает линейной аппроксимации. Для вертикальной составляющей скорости движения флюида в гранулярном слое аналогичная формула имеет вид:

$$w_1 = \left[(1 - \alpha_1) Pe - \frac{0,113}{1,865 - z} \right] \left(\frac{1,865}{1,865 - z} \right)^{0,5}. \quad (17)$$

Сравнение с численным решением показывает, что (17) дает значительную погрешность, т.е. скорость движения теплоносителя в слое может оцениваться по упрощенной формуле (17) лишь для оценки порядка величины.

При достаточно больших значениях H/b выравнивание температур в среде происходит за короткий промежуток времени, что соответствует общеизвестным представлениям о мелкозернистых гранулярных засыпках. Из уравнений (10) при $T_1 \neq T_2$, $\xi \gg 1$ можно получить приближенную количественную оценку скорости выравнивания температур частиц и теплоносителя:

$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{12}^0 \exp(-E F_0), \quad (18)$$

где $\varepsilon_{12}^0 = (T_1 - T_2) / F_0 = 0$,

$$E = Nu_1 \xi \left(\frac{T_1}{T_{10}} \right)^m \left[\frac{\gamma_1}{\alpha_1 \chi_a \rho_1^0} + \frac{1}{\chi_\lambda (1 - \alpha_1)} \right].$$

Для количественного анализа выравнивания температур в среде, полагая $\gamma_1 = 1,28$, $\alpha_1 = 0,26$, $\rho_1^0 = 100$, $\chi_a = 0,03$, $\chi_\lambda = 66$, $Nu_1 = 2$, $T_1 = T_{10}$, из выражения (18) можно получить: при $H/b = 10^2$, $F_0 = 5 \cdot 10^{-5}$, а при $H/b = 10^4$ соответственно $F_0 = 5 \cdot 10^{-9}$, что позволяет судить о характерных временах проявления гетерогенности системы.

6 Влияние нелинейности физических свойств и процессов

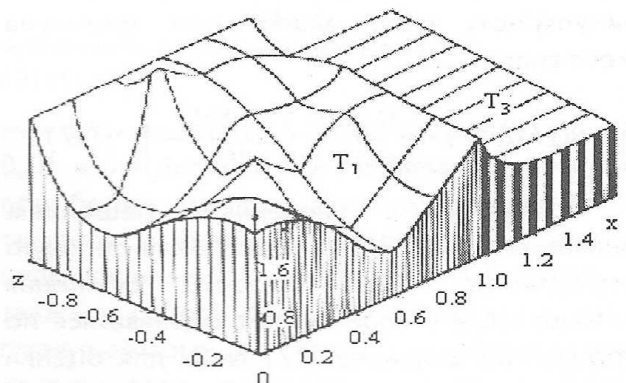
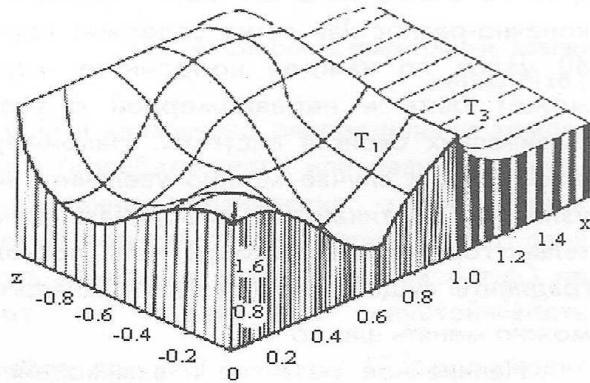
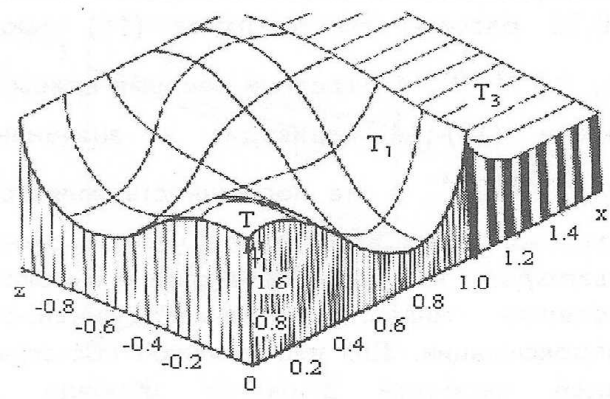
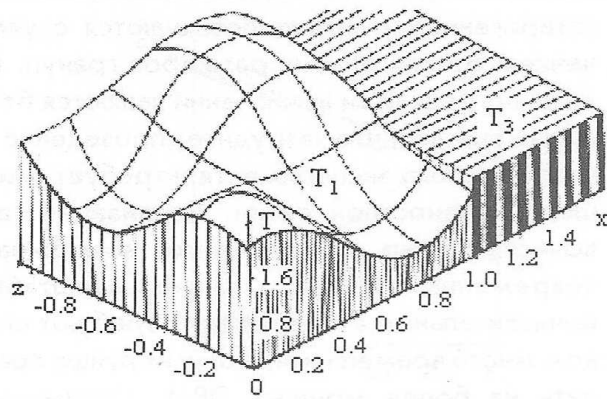
Проведенные исследования показали, что термогидродинамические колебания в гранулярном слое существенно зависят от параметров системы. Нелинейность системы и влияние

гетерогенности сильно повышаются с увеличением относительных размеров гранул. При этом погрешности вычислений являются более выраженными, что затрудняет проведение вычислительного эксперимента и требует уменьшения разностной сетки. Реализация таких вычислительных экспериментов возможна на современных ПЭВМ, однако масштабные вычислительные эксперименты требуют слишком много времени и поэтому их лучше проводить на более мощных ЭВМ. Оптимальная конечно-разностная сетка содержит порядка 40 узлов по каждой координате, однако может быть и неравномерной с учетом физических свойств системы. Например, в приведенном случае можно увеличить число узлов по вертикальной координате относительно горизонтальной координаты, поскольку градиенты существенно разнятся. Аналогично можно менять шаг по F_0 .

Нелинейное развитие и взаимодействие тепловых и гидродинамических колебаний в гранулярном слое при существенной гетерогенности системы приводит к локализации тепловых процессов вследствие нелинейного коэффициента теплопроводности [34], вызывая в определенных ситуациях локальное аномальное повышение температуры и (как следствие) - скорости движения флюида с оттоком тепла и массы из других областей. Последнее вызывает уменьшение скорости течения и температуры газа в других областях и т.д. В результате наступает разрушение равновесного состояния: пар прорывается в отдельных местах, слой запирается, потоки массы и тепла идут в отдельных местах. Такое явление может быть аварийным или просто нарушающим технологический процесс.

Выводы

В результате проведенных исследований выявлены новые закономерности, связанные с взаимным влиянием эффектов нестационарности, неизотермичности и гетерогенности в условиях, когда могут иметь место различные внешние возмущения системы. Их использование в различных технологических установках и процессах современной промышленности и техники дает возможность повышения производительности и улучшения качества производимой продукции. Так, применение изложенной методики к расчету термогидродинамических процессов в подземных проницаемых слоях геотермальных и нефтегазовых месторождений позво-



$F_0 = 2 \cdot 10^{-6} \quad \Delta F_0 = 2 \cdot 10^{-8}$

$F_0 = 2 \cdot 10^{-5} \quad \Delta F_0 = 2 \cdot 10^{-7}$

Рис. 5. Эволюция температуры течения пара и окружающего непроницаемого массива

ляет учесть нестационарный прогрев пласта и произвести расчет режимов для конкретных условий подземной части с учетом размеров блоков и других конкретных гидрогеологических условий месторождения. Параметрические колебания в таких системах позволяют увеличить добычу теплоносителя или сырья в случае разрушения структурных образований, препятствующих желаемому процессу в обычном состоянии.

Полученные результаты могут найти применение в химической технологии, производстве гранул, где часто встречаются системы рассмотренного типа с существенным проявлением гетерогенности, неизотермичности, нестационарности. Поскольку такого рода системы ранее не исследовались, выявленные новые закономерности позволяют более подробно проанализировать характер термогидродинамических явлений в технологических установках и дать их количественные характеристики, на основе которых можно оптимизировать работу установки, выбрать наиболее рациональный режим и конструкцию.

Развитие модели будет происходить в направлении более углубленного изучения процессов локального теплообмена, учета нелинейности физических свойств и аномального локального разогрева за счет внутренних тепловыделений.

Литература

1. Theofanous T. G., et al. In-vessel coolability and retention of a core melt / DOE/ID-10460.- 1995.
2. Sehgal B. R. Accomplishments and challenges of the severe accident research // Nuclear Engineering and Design.- 2001.- Vol. 210.- P. 79-94.
3. Kymalainen O., et al. In-vessel retention of corium at the Loviisa Plant // Nuclear Engineering and Design.- 1997.- Vol. 169.- P. 109-130.
4. McDonald P. E., Buescher B. J., Hobbins R. R., McCardell R. K., Gruen G. E. PBF severe fuel damage program: results and comparison to analysis / Proceedings of the International Meeting on Light Water Reactor Accident Evaluation.- Cambridge.- Massachusetts.- 1983.- Paper 1.7.
5. Asmolov V. V. Latest findings of RASPLAV Project / Proc. OECD/CSNI workshop on in-vessel core debris retention and coolability.- 1998.
6. Bolshov L. A. et al. Numerical models of molten core spreading processes in nuclear reactor safety problems / Proc. of the 4th Int. Topical Meeting on Nuclear Thermal Hydraulics.- Operations and Safety. April.- Taipei.- Taiwan.- 1994.
7. Kolev N. I. Verification of IVA5 computer code for melt-water interaction analysis / Proc.

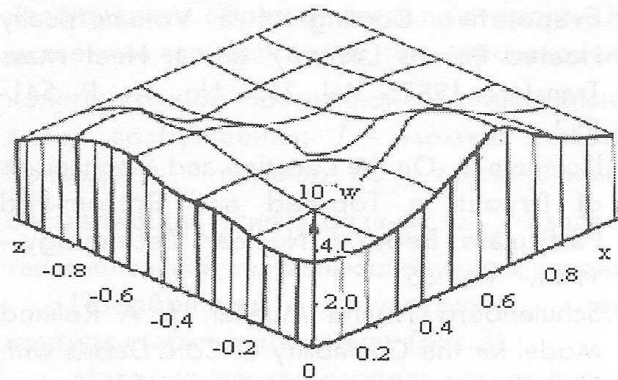
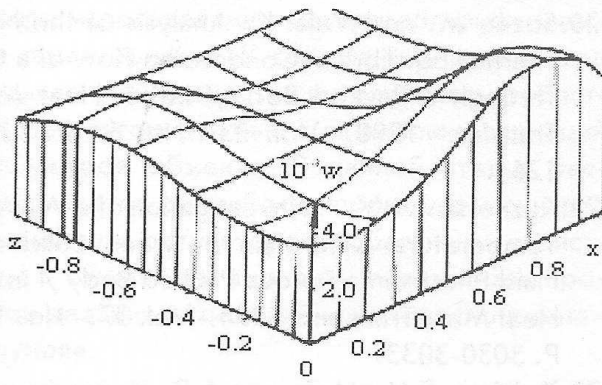


Рис. 6. Эволюция скорости фильтрации пара в слое частиц

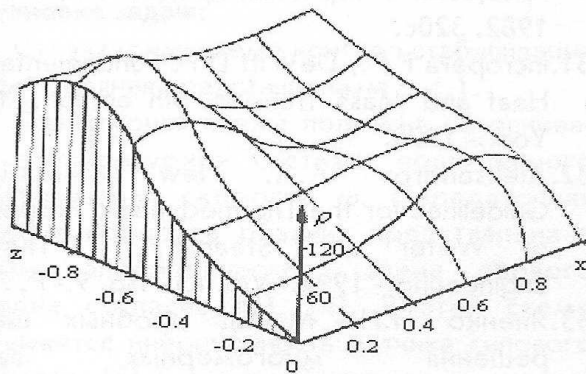
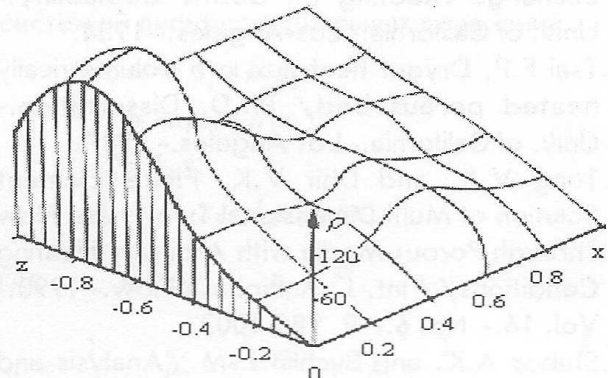
 $F_0 = 0$  $F_0 = 2 \cdot 10^{-5}$

Рис. 7. Эволюция плотности пара в слое

NURETH-9.- 1999.

8. Carboneau M. L., Berta V. T., Modro M. S. Experiment analysis and summary report for OECD LOFT Project Fission Product Experiment LP-FP-2/ OECD LOFT-T-3806.- 1989.
9. Казачков И.В. Современное состояние и некоторые проблемы моделирования тяжелых аварий на зарубежных АЭС// Ядерная и радиационная безопасность.- 2003.- № 1.- С. 25-34.
10. Kazachkov I. V., Konovalikhin M. J., and Sehgal B.R. A model of the steam flow through the volumetrically heated saturated particle bed. ICMF 2001: Fourth International Conference on Multiphase Flow, New Orleans, Louisiana, U.S.A., May 27 - June 1, 2001.
11. Kazachkov I. V., Konovalikhin M. J., and Sehgal B.R. Coolability of melt pools and debris beds with bottom injection, Second Japanese-European Two-Phase Flow Group Meeting, Tsukuba, Japan, 2000.
12. Kazachkov I. V. and Konovalikhin M. J. Steam flow through the volumetrically heated particle bed// Int. J. of Thermal Sciences.- 2002.- Vol. 42.- No. 8.- P. 55-69.
13. Ганиев Р.Ф., Лапчинский В.Ф. Проблемы механики в космической технологии. М., Машиностроение, 1978, 119с.
14. Bear J. Dynamics of fluids in porous media.- New York.- 1972.
15. Казачков И.В. Параметрические колебания в гранулярных насыщенных средах. Препринт Института электродинамики АН УССР. Киев: 1986.- N462- 54с.
16. Казачков И.В. О математическом моделировании процессов нестационарной неизотермической фильтрации в геотермальных системах// Вычислительная и прикладная математика.- Киев: КГУ.- 1986.- вып.60.
17. Поляев В.М., Майоров В.А., Васильев Л.Л. Гидродинамика и теплоперенос в пористых элементах авиационных компонент.- М.: Машиностроение.- 1988.
18. Хейфец Л.И., Неймарк А.В. Многофазные процессы в пористых средах.- М.: Химия.- 1982.
19. Choudhary M.V. and El-Wakil N.M. Heat Transfer and Flow Characteristics in Conductive Porous Media with Energy Generation/ Proc. Int. Heat Transfer Conf.- Versailles.- France.- 1970.
20. Vasiliev L.L. and Mairov V.A. An Analytical Study of Resistance, Heat Transfer and Stability in Evaporative Cooling of a Porous Heat Producing Element// Int. J. Heat Mass Transfer.- 1979.- 12.- P.301-307.
21. Naik A.S. and Dhir V.K. Forced Flow

- Evaporative Cooling of a Volumetrically Heated Porous Layer// *Int. J. Heat Mass Transfer.*- 1982.- Vol. 25.- No. 4.- P. 541-552.
22. Hofmann G. On the Location and Mechanisms of Dryout in Top-Fed and Bottom-Fed Particulate Beds// *Nuclear Technology.*- 1984.- Vol. 65.
23. Schulenberg T. and Mueller U. A Refined Model for the Coolability of Core Debris with Flow Entry from the Bottom/ 6th Information Exchange Meeting on Debris Coolability.- Univ. of California.- Los-Angeles.- 1984.
24. Tsai F.P. Dryout heat flux in a volumetrically heated porous bed/ Ph.D. Dissertation.- Univ. of California.- Los Angeles.- 1987.
25. Tung V.X. and Dhir V.K. Finite Element Solution of Multi-Dimensional Two-Phase Flow Through Porous Media with Arbitrary Heating Conditions// *Int. J. Multiphase Flow.*- 1990.- Vol. 16.- No. 6.- P. 985-1002.
26. Stubos A.K. and Buchlin J.-M. "Analysis and Numerical Simulation of the Thermohydraulic Behavior of a Heat Dissipating Debris Bed During Power Transients// *Int. J. Heat Mass Transfer.*- 1993.- Vol. 36.- No. 5.- P. 1391-1401.
27. Нигматулин Р.И. Основы механики гетерогенных сред.- М.: Наука.- 1978.- 336с.
28. Sozen M. and Vafai K. Analysis of the Non-Thermal Equilibrium Condensing Flow of a Gas Through a Packed Bed// *Int. J. Heat Mass Transfer.*- 1990.- Vol. 33.- No. 6.- P. 1247-1261.
29. Kuznetsov A.V. An Investigation of a Wave of Temperature Difference Between Solid and Fluid Phases in a Porous Packed Bed// *Int. J. Heat Mass Transfer.*- 1994.- Vol. 37.- No. 18.- P. 3030-3033.
30. Хейфец Л.И., Неймарк А.В. Многофазные процессы в пористых средах. М., Химия, 1982. 320с.
31. Incropera F.P., DeWitt D.P. Fundamentals of Heat and Mass Transfer, 4th edition.- New York.- 1995.
32. Aleksandrov A.A. New International Guidelines for the Thermodynamic Properties of Water and Steam// *J. Thermal Engineering.*- 1998.- Vol. 45.- No. 9.- P. 717.
33. Яненко Н.Н. Метод дробных шагов решения многомерных задач математической физики.- Н.: Наука.- 1967.- 195с.
34. Самарский А.А., Галактионов В.А., Курдюмов С.П., Михайлов А.П. Режимы с обострением в задачах для квазилинейных параболических уравнений.- М.: Наука.- 1987.- 480с.