

АНАЛІЗ ТА ЧИСЛОВЕ ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ

Вступ

Математичну модель режиму електроспоживання вважають вдалою, якщо модель адекватно описує процес з достатньою достовірністю та точністю за наявної вихідної інформації.

Математична модель та математичний апарат, який використаний для створення цієї моделі, повинні відповідати фізичному тлумаченню електричних процесів, які формують графіки електричних навантажень (ГЕН промислових об'єктів).

На сьогодні розроблена велика кількість методів моделювання електричних навантажень, які в залежності від використання вихідної інформації та математичного апарату можна поділити на три основні групи:

- моделювання графіків навантажень на основі інформації про параметри конкретних технологічних процесів [1, 2];
- статистичне моделювання параметрів ГЕН [3, 4];
- моделювання електричних навантажень на основі аналізу закономірностей їх формування [5, 6, 7].

Незважаючи на таку різноманітність, лише деякі з цих методів застосовуються в практиці проектування. Основною причиною цього є відсутність необхідної для обчислень інформації, а також розбіжність умов формування вихідної бази, що породило їх методичну несумісність з вирішенням задач проектування систем електропостачання (СЕП).

Крім того, ці методи допускають ряд основних припущень:

- ГЕН мають виключно нормальний закон розподілу;
- ГЕН описують стаціонарний випадковий процес.

Насправді сьогодні для моделювання ГЕН промислових підприємств, включаючи і вугільні шахти, найбільше застосовуються дві математичні моделі: такі, що описують детермінований періодичний процес, та ті, що описують стаціонарний випадковий процес [8, 9].

Передумовою для застосування детермінованої періодичної моделі ГЕН є періодичність роботи електроприймачів. Але, як відомо, реалізації графіків не є суверо періодичними функціями [1, 3, 5, 6, 7]. Причина цього - нестабільність роботи електроприймачів, стохастичний характер взаємодії окремих приймачів електроенергії та інші випадкові фактори. В результаті ГЕН стає випадковим процесом. Циклічність роботи електрообладнання промислового об'єкта проявляється у вигляді періодичного наростиання та спадання флюктуацій ГЕН, що спостерігається під час їх аналізу.

Інша ж модель - стаціонарний випадковий процес відображає стохастичний характер ГЕН. Але їх властивості не узгоджуються з характерною особливістю роботи приймачів електроенергії - циклічністю. Справді, за визначенням, математичне очікування та дисперсія стаціонарного випадкового процесу (СВП) не залежать від часу. З фізичної точки зору це свідчить про те, що реалізації СВП являють собою нерегулярні коливання навколо деякого постійного значення (навколо математичного очікування), причому розмах цих коливань визначається дисперсією. Дисперсія СВП залишається в середньому постійною протягом всієї реалізації. В нашому випадку, про що свідчать результати досліджень, розмах цих коливань періодично змінюється і навіть після процедури згладжування з максимально можливим інтервалом згладжування принаймні дисперсія ГЕН не є постійною. Таким чином, сам процес не є стаціонарним.

В якості математичної моделі ГЕН застосовують також адитивну модель - суму стаціонарного випадкового процесу $X(t)$ і детермінованої періодичної функції $f(t)$:

$$S(t) = X(t) + f(t), \quad t \in (-\infty; \infty). \quad (1)$$

Така модель дозволяє врахувати в першому наближенні наявність різко змінних складових ГЕН (пуск двигуна і т.ін.), але так само, як і СВП, не відображає періодичності зміни графіків.

Тому в найбільш загальному вигляді ГЕН

циклічно функціонуючих промислових об'єктів описується лінійним випадковим процесом, взагалі кажучи, нестаціонарним.

Огляд математичних моделей ГЕН

Зважаючи на те, що математичні моделі є одним з методів апроксимації реалізації ГЕН, проведемо порівняльний аналіз моделей, отриманих різними методами. Для декількох промислових об'єктів будуємо моделі, апроксимуючи їх ГЕН:

- поліномом n -го степеня;
- розкладанням в ряд Фур'є;
- методом групового врахування аргументу (МГВА);
- мультиплікативною моделлю.

Всі моделі є однофакторними, тобто функціями часу. Вихідними даними для моделювання є значення навантаження за кожну годину відповідної доби протягом конкретного часу.

Об'єктом моделювання ГЕН вибрано математичне очікування, яке є однозначною характеристикою будь-якої випадкової функції. Оскільки дисперсія ЛПВП ергодична, то дисперсія може виступати найбільш важливою характеристикою ГЕН.

Прийняті для дослідження математичні моделі вибирались за такими ознаками:

- максимальна можливість зняття інформації;
- адекватність опису змін ГЕН в часі;
- адекватність визначення основних характеристик, отриманих з ГЕН.

Автором в [10] проведено аналіз методів використання поліноміальної моделі для опису режимів електроспоживання.

До недоліків використання методу Фур'є для моделювання ГЕН слід віднести той факт, що нестабільність циклів роботи приймачів електроенергії промислового об'єкта, стохастичний характер взаємодії окремих його частин, а також ряд інших факторів мають негативний вплив на періодичність графіків електричних навантажень. Циклічність же роботи електрообладнання підприємства проявляється у вигляді періодичності наростиання та спадання флюктуацій ГЕН. Це впливає на точність методу, вносячи суттєві похибки в результати обчислень.

В роботі [10] автор проаналізував метод групового врахування аргументу для моделювання ГЕН.

Для детермінованого підходу до вирішення задачі синтезу математичних моделей, до яких відносяться як детерміновані,

так і ймовірні математичні апарати, що базуються на аналізі людиною причин та наслідків, характерне твердження: чим складніша модель, тим вона точніша. Пояснюється це тим, що детермінований підхід базується на використанні внутрішнього критерію, тобто критерію, обчисленого за тими самими даними, які використовувались для отримання самої моделі. До речі, при побудові поліноміальної моделі, як і для будь-якої регресійної моделі, критерій середньоквадратичної помилки, обчисленний по всіх точках таблиці дослідних даних, є внутрішнім критерієм.

Для методів самоорганізації характерне протилежне твердження: існує єдина модель оптимальної складності, адекватна по складності описаному об'єкту, яка дає найкраще рішення поставленої задачі (закон адекватності об'єкта та регулятора) [11]. Ускладнення моделі так само недопустимо, як і недостатня її складність.

Індуктивний метод самоорганізації моделей базується на використанні зовнішніх критеріїв вибору: регулярності, мінімуму зміщення, балансу змінних та комбінованих. Під зовнішнім критерієм будемо розуміти критерій, обчисленний на інформації, яка не використовувалась під час синтезу моделі. За даними, які уже використовувались для оцінки параметрів, без додаткової зовнішньої інформації неможливо знайти єдину модель оптимальної складності [11].

Позитивним для даного методу є використання мінімуму вихідної інформації для отримання моделі, а також можливість отримання моделі оптимальної складності, яка адекватно описувала б досліджуваний процес. До недоліків слід віднести прив'язку до відповідного закону розподілу (а саме, нормального) в силу використання відповідного математичного апарату для перетворення перевизначеної системи рівнянь та їх розв'язання.

В роботі [10] автор провів дослідження закону розподілу ГЕН режиму електропостачання промислового об'єкта.

Дослідження мультиплікативної моделі ГЕН

В результаті проведених досліджень автором отримані результати, які дають можливість стверджувати, що для часових рядів ГЕН об'єктів, закон розподілу яких відрізняється від нормального, маємо F -розподіл. Характеристика розподілу β знахо-

диться в межах:

$$\beta = [1,1 \dots 1,3].$$

Аналіз режимів ГЕН показав, що закон розподілу ГЕН можна апроксимувати розподілом Вейбула-Гнеденко, який при $\lambda=2,5$ та $\beta=[4 \dots 4,5]$ приймає вигляд F -розподілу. Апроксимація розподілом Вейбула-Гнеденко дозволяє на основі λ та β створити оптимальну інформаційну базу режимів електроспоживання промислових об'єктів.

В роботі автора [10] більш детально розглянута можливість використання мультиплікативної моделі для синтезу ГЕН режиму електроспоживання промислового об'єкта, розглянуто один із випадків теорії нестационарних періодичних випадкових процесів – створення мультиплікативної моделі ГЕН, який полягає в тому, що на систему з параметрами, які періодично змінюються, діє стаціонарний випадковий процес. В такому разі ГЕН можна описати мультиплікативною моделлю такого вигляду:

$$\xi(t) = x(t)\omega(t),$$

де $x(t)$ - довільний гільбертовий дійсний стаціонарний випадковий процес;

$\omega(t)$ - детермінована невід'ємна періодична функція з інтегрованим по t квадратом.

Передбачається, що породжуючий процес являє собою випадковий процес з незалежними прирошеннями, а ядром є функція, періодична по аргументу t .

Цей метод моделювання, як вже підкреслювалось вище, не залежить від закону розподілу нестационарного випадкового процесу, який моделюється.

Для опису графіків навантажень пропонується скористатись гільбертовим дійсним стаціонарним випадковим процесом з гаусівським законом розподілу. В результаті маємо, що ГЕН апроксимується мультиплікативною моделлю, яка має гаусівський закон розподілу незалежно від вигляду закону розподілу самих ГЕН. Ця властивість мультиплікативних моделей дозволяє для ГЕН використовувати математичний апарат теорії лінійних періодичних випадкових процесів, який базується на використанні параметрів гаусівського закону розподілу.

Рівняння генератора випадкових чисел (ГВЧ) має вигляд:

$$X(t) = \sin\left(0,5 + \frac{RND}{10}\right)\beta, \quad (2)$$

де β - коефіцієнт адаптації ГВЧ, який за мінімумом середньоквадратичного відхилення вибирається автоматично з 12 можливих варіантів апроксимації часового ряду погодження між ГЕН та ГВЧ та характеризується 2, 3 коефіцієнтами. Набір апроксимуючих функцій показаний в роботі [10].

RND - вмонтований ГВЧ, який використовується в ЕОМ.

Для прикладу автором розглянута модель ГЕН вугільної шахти. Вихідні дані навантажень отримувались через інтервал $\Delta t=1$ годині, алгоритм створення моделі показаний в роботі автора [10]. В роботі [10] також приведені результати моделювання ГЕН підприємства хімічного машинобудування, де порівнюється реальний графік навантажень з графіками, отриманими з допомогою поліноміальної моделі та моделі, яка отримана шляхом розкладу в ряд Фур'є, а також з допомогою методів самоорганізації, а саме - методу групового врахування аргументу.

Результати показують, що менш точно описує об'єкт модель, отримана шляхом розкладу в ряд Фур'є. Поліноміальна та отримана з допомогою методу групових аргументів (МГА) моделі хоч і показують непоганий результат, але слід пам'ятати, що вони завжди висувають для свого використання вимогу належності досліджуваного процесу до нормального закону розподілу. А це не завжди відповідає реальному характеру розподілу досліджуваних ГЕН. Мультиплікативна ж модель дає хороші результати і не вимагає прив'язки до якогось одного закону розподілу випадкової величини, а отже є найбільш вдалою для моделювання досліджуваних нами ГЕН.

Автором були одержані значення середньоквадратичного відхилення, отримані по кожній з моделей, які досліджувались вище, для декількох промислових об'єктів, а саме: підприємства хімічного машинобудування (об'єкт 1), верстатобудівного заводу (об'єкт 2), мотоциклетного заводу (об'єкт 3), вугільної шахти (об'єкт 4).

Аналіз числових значень середньоквадратичного відхилення для кожної з моделей, побудованих за різними алгоритмами та з допомогою різних математичних апаратів (табл. 1) показує, що мультипліка-

Таблиця 1

Значення середньоквадратичного відхилення

Тип моделі	Середньоквадратичне відхилення			
	об'єкт 1	об'єкт 2	об'єкт 3	об'єкт 4
Мультиплікат. модель	2,1	1,5	3,6	4,8
Модель Фур'є	5,8	4,4	7,5	6,3
Поліноміальна модель	2,1	1,7	3,3	4,8
МГА	2,4	1,6	4,1	4,9

тивна модель задовольняє вимоги щодо точності опису та, крім того, має значну перевагу у використанні при будь-яких законах розподілу випадкової величини, головне, щоб цей вигляд закону був завжди однозначно і точно визначений.

Аналізуючи моделювання числових періодів ГЕН приведеними вище методами, слід відзначити досить високу точність опису реальних ГЕН мультиплікативною моделлю.

Оскільки велика увага автора роботи [10] була зосереджена на дослідженні ГЕН вугільних шахт Львівсько-Волинського вугільного басейну, то ним був розглянутий варіант формування генератора випадкових чисел з гаусівським законом розподілу для вугільної шахти.

Спочатку математичні моделі автором перевірялись на адекватність опису з допомогою відомих критеріїв, які використовуються для випадкових процесів без врахування їх нестационарності. Далі була перевірена адекватність відповідних моделей за алгоритмом, який враховує, що ГЕН відносяться до лінійних періодичних випадкових процесів, і тому в його основу покладено використання однієї з основних властивостей ЛПВП - ергодичності дисперсії [12].

Методи перевірки адекватності математичної моделі ГЕН

Перевірку адекватності побудованих математичних моделей ГЕН проведемо на основі використання статистичного критерію Фішера та коефіцієнта визначеності.

Спочатку проведемо перевірку з допомогою критерія Фішера. Будемо вважати, що гіпотеза про адекватність математичної моделі не відкидається, якщо залишкова дисперсія $S_{\text{зal}}^2$ вихідної величини

експериментальних даних x_{on} , не перевищує в статистичному розумінні похибки досліду, яка визначається дисперсією відтворення:

$$S_{3aa}^2 = \frac{m}{f} \sum_{n=1}^N \left(x_{on} - \hat{x}_{on} \right), \quad (3)$$

де $f_1 = N_m - l$ - число степенів свободи;

N - кількість груп паралельних дослідів; ($N=24$);

m - число паралельних дослідів в одній групі ($m=10$);

l - кількість зв'язків ($l = n^* + 1$);

n^* - кількість факторів (кількість зовнішніх впливів);

$$\bar{x}_{on} = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m (x_{onk}) \quad - \text{ середнє значення}$$

вихідного параметра за результатами паралельних дослідів ($m=1\dots10$), ($n=1, 2, \dots, 24$).

Щоб визначити дисперсію відтворення S_o^2 , необхідно мати декілька значень вихідного параметра, отриманих за однакових умов. В нашому випадку – через дискретний проміжок часу $\Delta t = 1$ год.

Дисперсія відтворення визначається як:

$$S_0^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\zeta_n^2), \quad (4)$$

де $(n=1, 2, \dots, 24)$ - вибіркові дисперсії:

$$S_n^2 = \frac{1}{m-1} \sum_{k=1}^m \left(x_{onk} - \bar{x}_{on} \right)^2. \quad (5)$$

Кількість степенів свободи, яка характеризує цю дисперсію:

$$f_2 = N(m-1).$$

Гіпотеза про адекватність математичної моделі не відкидається, якщо виконується нерівність:

$$F = \frac{S_{\text{зак}}^2}{S_0^2} < F_T(f_1, f_2), \quad (6)$$

де F_T - значення критерію Фішера, яке слід знаходити по таблиці розподілів Фішера для вибраного рівня значимості (в технічних дослідженнях часто $q=5\%$) та для заданих значень f_1 і f_2 .

Якщо $\frac{S_{\text{зак}}^2}{S_0^2} < 1$, то математична модель

адекватно описує дослідний об'єкт з рівнем значимості $q=1\%$ та наперед адекватно з рівнем значимості $q=5\%$. Для отриманих моделей адекватність перевірялась при $n=24$, $m=10$, $l=1$.

Для всіх цих моделей виконувалась умова

$$\frac{S_{\text{зак}}^2}{S_0^2} < 1. \text{ А це значить, що за цим критерієм}$$

всі моделі адекватно описують досліджуваний процес. Проведено перевірку з допомогою критерію визначеності:

$$0 < Q \{V(t)/x(t)\} \leq 1. \quad (7)$$

Якщо $Q \rightarrow 1$, то модель з більшою ймовірністю описує реальний процес. Вираз (3) можна переписати так:

$$0 < \sqrt{\beta_{yx}} \leq 1, \quad (8)$$

де β_{yx} - коефіцієнт кореляції між X та Y , який визначається за формулою:

$$\beta_{yx} = \frac{K_{yx}}{\sigma_y \sigma_x}, \quad (9)$$

де K_{yx} - є змішаним центральним моментом другого порядку випадкових величин X та V , інакше він називається коваріацією, або коваріаційним моментом цих же величин:

$$\begin{aligned} K_{yx} &= \cos(y, x) = \\ &= M \{ (Y - M \{Y\})(X - M \{X\}) \} \end{aligned} \quad (10)$$

де $M(\cdot)$ - математичне очікування випадкової величини;

$\sigma_y \sigma_x$ - середньоквадратичні відхилення випадкових величин.

Оскільки обчислення коефіцієнта визначеності проводилось для декількох об'єктів та не лише для однієї години, то одержані результати обчислення числових рядів ГЕН дають можливість зробити припущення, що мультиплікативні моделі досить адекватно описують реальний процес, оскільки для всіх випадків коефіцієнти визначеності Q мають досить високі значення і наближаються до 1.

Враховуючи те, що ЛПВП описує нестационарні випадкові процеси, то для перевірки відповідності моделі реальному процесу необхідні методи, які застосовуються для ЛПВП, а вони відрізняються від тих, які приймають для аналізу адекватності стаціонарних процесів.

Пропонується метод, який базується на використанні однієї з основних властивостей ЛПВП - ергодичності дисперсії [12].

Перевірка адекватності заключається в тому, що, маючи реальні ГЕН, створюється ЛПВП з заданими характеристиками згідно (3). Для обох процесів обчислюються за розробленим автором алгоритмом відповідні характеристики, які порівнюються між собою, і на цій основі робиться висновок про адекватність моделі реальному процесу.

За необхідності можна задіяти і другі прирошення та обчислити відповідні характеристики, користуючись ними, включаючи коефіцієнти Фур'є.

Одержані автором результати перевірки адекватності мультиплікативної моделі ГЕН реальному процесу перевірялись на прикладі моделі, побудованої згідно з (3). В таблиці 2 показано значення характеристик (математичного очікування та дисперсії) для реальних ГЕН та отриманої моделі для 2-х та 3-х прирошень, а в таблиці 3 - відповідно коефіцієнти Фур'є для реального процесу та мультиплікативної моделі.

Як видно з отриманих даних, запропонована математична модель досить адекватно описує реальний процес, оскільки характеристики, отримані по моделі і по реальних ГЕН, відрізняються несуттєво. А це означає, що вона може бути використана в якості основної моделі для подальших досліджень ГЕН режимів електропотреблення промислових об'єктів.

Висновки

- Проведено дослідження та аналіз графіків електричних навантажень з допомогою ймовірних характеристик: кореляційної

Таблиця 2

Значення математичного очікування та дисперсії

Годи- ни	Характеристики 1 -х прирошень				Характеристики 2-х прирошень			
	Мат.очікуванні		Дисперсія		Мат.очікуванні		Дисперсія	
	Реал.	Модель	Реал.	Модель	Реал.	Модель	Реал.	Модель
1	11,8	10,8	19,5	7,2	16,8	14,9	36,1	26,6
2	5,1	4,1	21,4			1,4	32,8	31,7
3	1,7	2,7	16,6	9,6	0,8	1,4	33,0	18,7
4	2,6	1,3	21,4	4,0	9,4	7,1	36,9	18,7
5	6,9	5,8	22,4	9,9	11,8	9,9	32,1	37,7
6	4,9	4,1	19,2	11,9	1,5	1,6	37,0	27,2
7	6,4	5,7	24,8	5,9	12,8	11,4	43,1	17,1
8	6,4	5,7	29,6	7,1	2,5	3,5	46,5	22,4
9	3,9	2,2	23,0	8,7	0,8	2,5	40,7	29,5
10	4,7	4,7	23,9	11,5	9,0	7,2	43,5	36,0
11	-4,3	2,5	23,4	11,6	2,8	0,8	36,8	34,2
12	1,5	1,7	21,6	11,1	1,0	0,1	42,2	33,2
13	1,6	1,7	24,1	9,4	0,7	0,6	41,2	32,7
14	2,3	2,3	24,6	11,2	3,7	2,2	44,5	26,5
15	5,9	4,6	27,8	5,1	1,0	1,6	36,3	12,6
16	7,0	6,1	18,5	4,1	11,4	9,9	28,9	13,6
17	4,4	3,7	17,0	4,9	6,9	6,4	35,2	22,2
18	11,4	10,1	24,7	8,7	4,8	5,4	40,3	35,5
19	6,5	4,7	22,3	12,9	7,4	5,1	40,4	31,4
20	0,9	0,3	21,6	7,4	4,3	4,0	39,8	24,3
21	5,1	4,3	20,4	9,3	4,7	3,7	32,4	21,7
22	9,9	8,1	19,7	5,6	14,9	11,7	29,0	19,6
23	5,0	3,0	17,2	6,9	5,0	4,2	29,6	27,3
24	0,7	1,3	18,0	9,2	12,6	12,0	32,9	27,1

функції, розподілу ймовірностей, математичного очікування та дисперсії. Аналіз показав, що ГЕН слід розглядати як нестационарний періодичний випадковий процес, оскільки всі його ймовірні характеристики є функціями часу.

- Проведено теоретичний аналіз моделі ГЕН у вигляді лінійного періодичного випадкового процесу, який дає можливість накласти на ней умову гармонізованості.
- Описано в загальному вигляді центральний результат теорії періодичних випадкових процесів - спектральне представлення гармонізованого періодичного в широкому розумінні випадкового процесу. Це дає підстави для отримання спектральних

характеристик ГЕН, що базуються на алгоритмах швидкого перетворення Фур'є.

- Проведено дослідження закону розподілу ГЕН, яке показало, що не для всіх досліджуваних об'єктів витримується нормальній закон. В зв'язку з цим в загальному вигляді закон розподілу ГЕН можна апроксимувати розподілом Вейбула-Гнеденко, який при $\lambda = 2,5$ та $\beta = 4 \dots 4,5$ приймає вигляд F-розподілу.
- Проведено кількісне та якісне порівняння мультиплікативної моделі з існуючими методами апроксимації випадкових процесів: з допомогою поліноміальної моделі, розкладання в ряд Фур'є та методом групового врахування аргументу,

- яке доводить ефективність та переваги мультиплікативної моделі. Останню можна розглядати як можливий варіант для опису режимів електропотреблення незалежно від закону їх розподілу.
6. Розроблено алгоритм перевірки адекватності моделі ГЕН, який дає можливість врахувати нестационарність та періодичність останніх і базується на використанні однієї з основних властивостей ЛПВП - ергодичності дисперсії.

Таблиця 3
Коефіцієнти Фур'є для реального процесу та мультиплікативної моделі

Години	Значення коефіцієнтів Фур'є	
	Реальний ГЕН	Мультиплікативна модель
1	36,93	26
2	36,97	26,03
3	37	26,06
4	37,04	26,09
5	37,07	26,11
6	37,1	26,13
7	37,12	26,15
8	37,14	26,16
9	37,15	26,17
10	37,16	26,18
11	37,17	26,19
12	37,18	26,19
13	37,18	26,19
14	37,18	26,19
15	37,17	26,19
16	37,16	26,18
17	37,15	26,17
18	37,14	26,16
19	37,12	26,15
20	37,09	26,13
21	37,07	26,11
22	37,04	26,09
23	37	26,06
24	36,97	26,04

Література

- Авилов-Карнаухов Б.Н. Приложение энергетических характеристик агрегатов для анализа потребления электроэнергии// Нормирование потребления электроэнергии и энергобалансы промышленных предприятий. Материалы семинара. - М.: МДНТП, 1979. - С.62-64.
- Куренний Е.Г., Чепкасов Ю. И . Моделирование режимов наибольшей производительности шахтных электроприемников. Уголь Украины. №7. С. 28-29.
- Кудрин Б. И. О комплексном методе расчета электрических нагрузок // Изв. Вузов. Электротехника. - 1980. - №2. - С.209-210.
- Денисенко Н.А., Хоффманн И. Стохастический расчет электрических нагрузок в системах электроснабжения. Вестник Киев.полит.ин-та. Горная электромеханика и автоматика. 1979. Выш.10. С.35-37.
- Кудрин Б.И. Проблемы расчета электрических нагрузок. Материалы семинара. - М: МДНТП, 1984. - С.37-43.
- Иванов В.С, Смирнов А.Г. Некоторые вопросы проектирования и эксплуатации систем электроснабжения промышленных предприятий./ /Проектирование и эксплуатация систем электроснабжения промышленных предприятий. М.: МДНТП, 1984. - С.4-8.
- Белоусов Ю.Ф., Губин В.В. Опыт проектирования электроснабжения металлургических заводов. -М. : МДНТП. - 1984.- С.8-12.
- Праховник А.В., Розен В.П., Дегтяров В.В. Энергосберегающие режимы электроснабжения горнодобывающих предприятий. - М.: Недра, 1985. - 232 с.
- Фокин Ю.А. Вероятностно-статистические методы в расчетах систем электроснабжения. -М.: Энергоатомиздат. 1985. 240 с.10. Вентуль А.Д. Курс теории случайных процессов. - М: Наука, 1975. - 320 с.
- Миколаєнко В.М. Дослідження математичних моделей режимів електропотреблення з урахуванням використання мультиплікативної моделі/ Інститут енергозбереження та енергоменеджменту НТУУ "КПІ".- Київ, 2005. - 22с.: іл.- Бібліогр.: 22 назв. - Укр.- Деп. в ДНТБ України. 1.02.05.№2-Ук2005.
- Івахненко А.Г., Мюллер Й.А. Самоорганізація прогнозуючих моделей. - Київ: Техника, 1985. -223с.
- Середа Л.А. Оценивание дисперсии линейных периодических коррелированных случайных процессов. - Київ: Київ. політех. ин-т, 1984. - 11с. . Деп. В Укр НІІНТИ , №1000 - Ук-84Д.