УДК 621.314.214.

В.М. МИКОЛАЄНКО

АНАЛІЗ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОСПОЖИВАННЯ ЯК ВИПАДКОВОГО НЕСТАЦІ ОНАРНОГО ПРОЦЕСУ З ДОПОМОГОЮ ЙМОВІРНИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Вступ

Проблема аналізу випадкових процесів і зокрема режимів електропостачання приваблює увагу спеціалістів в зв'язку з тим великим значенням, яке вона має в розробці складних інформаційних систем та при рішенні задач автоматизованого управління режимами електроспоживання.

Математична модель випадкового процесу в загальному випадку завжди формується зважаючи на те, що процес може бути представлений ансамблем (нескінченною сукупністю) реалізацій. Властивості випадкових процесів описуються ймовірними характеристиками. З їх допомогою випадкові процеси можуть бути представлені достатньо повно, тобто так само вичерпно, як і з допомогою ансамблю реалізацій.

Найбільш поширеними ймовірними характеристиками, що дозволяють судити про характер випадкового процесу є: розподіл ймовірності; кореляційні функції; спектральні функції, а також відповідні числові характеристики: математичне очікування, дисперсія, інтервал кореляції, ефективна ширина спектру і т. ін.

До нестаціонарних випадкових процесів відносять такі випадкові процеси, для яких характерна наявність залежності ймовірних характеристик від часу.

Точніше дане визначення може бути сформульованим таким чином.

Нехай $\left\{\theta_n\left(t_1,t_2,...,t_n\right)\right\}_{n=1,\infty}$ - система ймовірних характеристик, що забезпечує повний опис випадкового процесу X(t). Цей процес відноситься до класу нестаціонарних в тому випадку, якщо всі або будь-яка частина характеристик $\theta_n\left(t_1,t_2,...,t_n\right)$ залежить не тільки від різниці моментів відліку, але і від поточного часу.

Таким чином, для стаціонарного випадкового процесу справедливі такі рівності:

а) для функції розподілу ймовірності:

$$F_n\left[x_1,t_1;x_2,t_2;...;x_n,t_n\right]= \\ = F_n\left[x_1,t_1+\tau;x_2,t_2+\tau;...;x_n,t_n+\tau\right]; \quad (1)$$

б) для кореляційної функції:

$$R_X(t_1,t_2)=R_X(\tau), \quad (2)$$

де $\tau=t_2-t_1$.

Існують поняття стаціонарних процесів в широкому та вузькому розумінні. З допомогою визначення, приведеного вище, випадкові процеси діляться на стаціонарні та нестаціонарні в вузькому розумінні.

Постановка задачі дослідження

За незалежних від часу ймовірних характеристик перших двох порядків процес вважається стаціонарним в широкому розумінні. Для таких процесів характерна постійність в часі математичного очікування, дисперсії, значень кореляційних функцій, що відповідають даному часовому інтервалу між відліками миттєвих значень, і т. ін.

Проведемо кореляційний аналіз ГЕН енергоспоживання промислового об'єкта на базі аналізу кореляційної функції.

Кореляційна функція, яка визначається як математичне очікування добутку зсунутих у часі відцентрованих реалізацій миттєвих значень випадкового процесу, характеризує таку важливу динамічну властивість процесу, як степінь лінійного зв'язку цих значень, тому кореляційний аналіз є одним із важливіших розділів теорії випадкових процесів .

Метою отримання та аналізу кореляційних функцій часових рядів ГЕН для різних підприємств, в тому числі і вугільних шахт, є встановлення належності цього випадкового процесу до стаціонарного або ж нестаціонарного, а також встановлення наявності періодичності змін ГЕН і отримання часу запізнення випадкових процесів один відносно іншого.

Результати проведеного у роботі [1] аналізу в подальших дослідженнях дають можливість визначитися з видом математичної моделі для моделювання ГЕН підприємств різних галузей промисловості.

Для реалізації поставленої задачі мною були розроблені алгоритми та програми, які дозволили встановити характер зміни кореляційної функції в часі та отримати період зміни випадкового процесу, що розглядається, шляхом дослідження локальних екстремумів першої похідної кореляційної функції.

В результаті такого аналізу автокореляційних функцій, отриманих для ряду ГЕН енергоспоживання промислових об'єктів, в тому числі і вугільних шахт, за різних об'ємів вибірок було встановлено, що кореляційні функції з часом не затухають, а змінюються за коливальним законом з періодом, близьким до 24 год.

В таблиці 1 показано числові значення періоду зміни ГЕН для різних підприємств, що досліджувалися.

Математична модель ГЕН

Таким чином, проведені дослідження свідчать про можливість розгляду ГЕН як нестаціонарного періодичного випадкового процесу.

Отримані значення періоду зміни ГЕН підтвердило дослідження про те, що період зміни ГЕН близький до 24 год. або є кратним

Таблиця 1

Числові значення періоду зміни ГЕН для різних підприємств, що досліджувалися

№ п/п	Промисловий об'єкт	Період T
1.	Верстатобудівний завод	28
2.	Сталеливарний завод	29
3.	Підприємство хім машинобудування	22
4.	Шахта №1	28
5.	Шахта №2	24
6.	Шахта №3	27

цьому числу. Також було проведено дослідження залежності математичного очікування та дисперсії ГЕН від часу.

Особлива роль математичного очікування як ймовірної характеристики визначається тим, що будь-яка ймовірна характеристика може бути представлена у вигляді математичного очікування [2,3].

Проведений аналіз графіків змін математичного очікування, дисперсії ряду підприємств показав, що за відповідний період T=24 год. їх числові характеристики залежать від часу, отже можна говорити про ГЕН як про нестаціонарний випадковий процес.

Для більш детального вивчення поведінки математичного очікування та дисперсії як функцій часу було проведено дослідження часових рядів математичних очікувань, а відповідно і дисперсій, методом ковзаючої середньої. Цей метод дозволяє шляхом згладжування випадкових викидів вихідного часового ряду отримати згладжений часовий ряд електричних навантажень та по ньому визначити нову тенденцію зміни математичного очікування та дисперсії в часі.

Результати такі:

1. Якщо отриманий часовий ряд буде мати вигляд константи, то можна вважати, що одна з числових характеристик відповідає вимогам стаціонарності. В іншому випадку цього стверджувати не можна і необхідно збільшити тривалість періоду згладжування, яка не повинна перевищувати $K_{\text{доп}} = 0{,}1N$.

2. Якщо і після цього математичне очікування не є сталою величиною, то можна стверджувати, що дана числова характеристика не відповідає вимогам стаціонарності.

Дослідження математичного очікування після згладжування випадкових процесів показує, що математичне очікування вихідного часового ряду змінюється та не є константою.

Дослідження поведінки дисперсії згладженого часового ряду ГЕН для тих самих об'ємів вибірок, навіть при максимальному інтервалі згладжування показує, що дисперсія не є сталою величиною, а розмах її зміни досягає більше 5%.

Отже, можемо стверджувати, що математичне очікування та дисперсія визначають характер випадкового процесу ГЕН, підтверджують його нестаціонарність.

Функції розподілу ймовірностей (інтегральні та диференційні) складають один з найважливіших класів ймовірних характеристик. Саме з їх допомогою можуть встановлюватися значення та вигляд будь-яких числових та функціональних характеристик, а також вивчатися основні властивості випадкових процесів. В роботі [1] розглянуто основні властивості ймовірних характеристик ГЕН промислових об'єктів.

Розглянемо виконання (або ж невиконання) умови 1 відносно досліджуваних ГЕН. Якщо виявиться, що функція розподілу графіків навантаження залежить не тільки від різниці моментів відліку, але і від часу, можна буде кваліфікувати досліджуваний випадковий процес як нестаціонарний з точки зору непостійності функції розподілу ймовірностей.

Оскільки при розгляді цього питання нас цікавить не сам вигляд закону розподілу, а лише залежність функції розподілу від часу, то можемо обмежитись дослідженням емпіричного розподілу випадкової величини X, який показує, яким чином розподілені по всій області дійсних значень величини $x_1, x_2, \ldots, x_n$, що є реалізаціями X. Такий підхід до вирішення цього питання можна пояснити ще тим, що на основі отриманих мною результатів, а також проведеного аналізу робіт Кудріна Б.І. [4] та Курінного Є.Г. [5] вже маємо підтвердження того, що ГЕН є нестаціонарним випадковим процесом, а тому немає особливої потреби в подальших дослідженнях [6].

Проведений у роботі [1] аналіз ймовірних характеристик ГЕН промислових об'єктів дає усі підстави теоретично та практично обгрунтувати можливість використання мультиплікативної моделі для опису ГЕН.

Проведені дослідження характеру процесу енергоспоживання показали, що ГЕН слід розглядати як нестаціонарний періодичний випадковий процес. Також було проаналізовано джерела формування ГЕН [1].

На основі проведеного аналізу методів опису ГЕН та характеру випадкових процесів можна зробити висновок, що ГЕН циклічно працюючого промислового об'єкта можна описати також нестаціонарним випадковим процесом.

Будемо вважати лінійним в жорсткому розумінні дійсний гільбертовий випадковий процес, який допускає представлення у вигляді стохастичного інтегралу:

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(t,\tau)\, d\eta(\tau), \quad t \in (-\infty, \infty) \qquad (3)$$

де $\varphi(t,\tau)$ - детермінована функція з інтегрованим по τ квадратом;

$\eta(\tau)$ - гільбертовий випадковий процес з незалежними прирощеннями.

Функція $\varphi(t,\tau)$ зазвичай називається ядром, а випадковий процес $\eta(\tau)$ - породжуючим процесом в лінійному випадковому процесі (ЛВП).

Математична модель (3) з одного боку включає в себе, як винятковий варіант, обидві розглянуті вище моделі та їх комбінації, а з іншого боку, в більшій мірі узгоджується з фізичними властивостями описаних ГЕН. В ній відображено той факт, що ГЕН об'єкта є результатом накладання короткочасних випадкових незалежних елементарних електроспоживань окремих частин об'єкта (участь в технологічному процесі випуску продукції). Справді, узагальнена похідна породжуючого процесу $\eta(\tau)$ являє собою випадковий процес з незалежними прирощеннями.

Таким чином, процес $\eta(\tau)$ можна трактувати як нескінченно щільне укладання імпульсів нульової тривалості, що мають нескінченно велику амплітуду. Тоді випадковий процес при кожному фіксованому t є результатом накладання таких імпульсів зважених функцій $\varphi(t,\tau)$. Така інтерпретація структури ЛПС узгоджується з практикою замірів ГЕН, тому що ГЕН в точці виміру являє собою випадкове накопичення ГЕН окремих електроприймачів.

Отже, математична модель у вигляді ЛВП в найбільш загальному вигляді відображає характерні властивості ГЕН. Але якщо дві перші моделі не враховують або стохастичний характер, або періодичність ГЕН, то лінійний процес описує їх в надто загальному вигляді. Так, дисперсія ЛВП може описувати будь-які, не обов'язково періодичні, зміни рівня флуктуацій ГЕН.

Тому з відомих методів досліджень виходить, що найбільш загальною моделлю ГЕН є модель нестаціонарних періодичних випадкових процесів (НПВП) - [7, 8, 9].

Але в межах загальної лінійної випадкової моделі необхідно ще конкретизувати характер нестаціонарності ЛВП з метою адекватного врахування періодичності зміни рівня флуктуації ГЕН. Скористаємося для цього поняттям періодичного випадкового процесу.

Періодичним випадковим процесом називається дійсний сепарабельний випадковий процес $\xi(t)$, всі кінцевомірні розподіли якого задовольняють умові:

$$F_{\xi}(t_1+T, t_2+T, ..., t_n+T; x_1, x_2, ..., x_n) = F_{\xi}(t_1, t_2, ..., t_n; x_1, x_2, ..., x_n),$$

де $T>0$ - фіксоване число, що називається періодом випадкового процесу.

З визначення виходить, що всі початкові та усереднені моменти періодичного випадкового процесу, включаючи математичне очікування та дисперсію, є періодичними, з періодом T , функціями. Періодичність дисперсії, що визначає характер зміни рівня флуктуацій ГЕН, дає можливість врахувати стохастичний характер і періодичність зміни рівня дисперсії ГЕН.

Важливим підкласом періодичних випадкових процесів є клас періодичних в широкому розумінні - періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП) - [10].

Періодично корельовані випадкові процеси зручно використовувати для розпізнавання ГЕН промислових об'єктів.

Підсумовуючи викладене вище, приходимо до висновку, що в якості математичної моделі ГЕН доцільно скористатись класом нестаціонарних лінійних періодичних випадкових процесів (ЛПВП). З одного боку, ця модель носить досить загальний характер. Винятковими її варіантами є детерміновані періодичні, стаціонарні випадкові, нестаціонарні адитивна та мультиплікативна моделі, які широко застосовуються нині. З іншого боку, модель у вигляді класу ЛПВП більш конкретна, ніж загальна лінійна модель. Лінійність періодичного випадкового процесу відображає той факт, що розглянуті ГЕН являють собою накладання елементарних короткочасних незалежних електроспоживань. Періодичність характеристик лінійних випадкових процесів враховує періодичний характер зміни рівня флуктуацій описаних ГЕН.

У роботі [1] автором проведено теоретичний аналіз моделі ГЕН у вигляді лінійного періодичного випадкового процесу

(ЛПВП).

Таким чином, на запропоновану математичну модель ГЕН доцільно накласти умову гармонізованості. Ця умова корисна, наприклад, тим, що дозволяє коректно відобразити в математичній моделі поняття про частотні властивості ГЕН, які широко застосовуються.

В роботі [10] показано, що кожна періодично корельована випадкова послідовність гармонізована.

Згідно з проведеним вище аналізом можна зробити висновок, що отримання характеристик вихідного гармонізованого періодично корельованого випадкового процесу можна замінити отриманням авто- та взаємних спектральних і кореляційних функцій однорідних випадкових процесів:

$$\xi_K(t)=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\omega t}dz(\omega)\approx\sum_{K=-N}^{N} e^{i\omega_K t}\Delta z_K . \quad (4)$$

Отримання випадкових процесів відбувається шляхом смугової фільтрації вихідного випадкового процесу $\xi(t)$ в кубах частот.

Основним інструментом смугової фільтрації та спектрально-кореляційного аналізу випадкових процесів є алгоритм багатомірного швидкого перетворення Фур'є.

Синтез та дослідження ГЕН

Пропонується наступний алгоритм отримання характеристик реальних ГЕН, який базується на одній з основних властивостей ЛПВП - ергодичності дисперсії.

- Обчислюємо 1-е прирощення:

$$Z\left(\frac{T}{i}\right)=X\left(\frac{T}{i}+1\right)-X\left(\frac{T}{i}\right),\ \frac{T}{i}=\overline{1,N} . \quad (5)$$

- Обчислюємо оцінку математичного очікування для 1-х прирощень:

$$MX(I)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}Z(I+kT),\ k=\overline{1,T} . \quad (6)$$

- Оцінюємо дисперсію ПВП. Для 1-х прирощень:

$$DX(I)=\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}\xi(I+kT)^2 , \quad (7)$$

де $\xi(\bullet)$ - центрований випадковий процес:

$$\xi(I+kT)=Z(I+kT)-MX(I) . \quad (8)$$

- Обчислюємо оцінки коефіцієнтів Фур'є для дисперсії:

$$C_K=\frac{1}{T}\sum_{I=0}^{T-1}DX(I)e^{i2\pi kI/T},\ k=\overline{-T/2,T/2} \quad (9)$$

Такий підхід дозволяє проводити порівняльну оцінку електроспоживання серед однотипних об'єктів та висунути таку гіпотезу: однорідні об'єкти повинні мати однакові характеристики електроспоживання.

Повертаючись до питання вибору математичної моделі ГЕН з врахуванням проведеного вище аналізу, можна констатувати, що для подальших досліджень доцільно скористатись винятковим варіантом нестаціонарних періодичних випадкових процесів, а саме - мультиплікативною моделлю. Суть цього варіанту заключається в тому, що на систему , параметри якої періодично змінюються, впливає стаціонарний процес. В межах цього підходу ГЕН можна описати мультиплікативною моделлю такого вигляду:

$$\xi(t)=x(t)\omega(t) , \quad (10)$$

де $x(t)$ - довільний гільбертовий дійсний стаціонарний випадковий процес;

$\omega(t)$ - детермінована невід'ємна періодична функція з інтегрованим по τ квадратом.

Мається на увазі, що породжуючий процес являє собою однорідний випадковий процес з незалежними прирощеннями, а ядро є функцією, періодичною по аргументу t.

Необхідно підкреслити, що даний метод моделювання не залежить від закону розподілу нестаціонарного випадкового процесу, який моделюється, а, значить, може бути використаний за будь-яких законів розподілу досліджуваних процесів.

Проведений аналіз ймовірних характеристик ГЕН промислових об'єктів та запропонований метод моделювання ГЕН промислових об'єктів показав, що це один з найадекватніших методів представлення фізичного тлумачення режиму енергопостачання.

Висновки

1. Проведено дослідження та аналіз графіків електричних навантажень з допомогою ймовірних характеристик: кореляційної функції, розподілу ймовірностей, математичного очікування та дисперсії.

Аналіз показав, що ГЕН слід розглядати як нестаціонарний періодичний випадковий процес, оскільки всі його ймовірні характеристики є функціями часу.

2. Проведено теоретичний аналіз моделі ГЕН у вигляді лінійного періодичного випадкового процесу, який дає можливість накласти на неї умову гармонізованості.
3. Описано в загальному вигляді центральний результат теорії періодичних випадкових процесів - спектральне представлення гармонізованого періодичного в широкому розумінні випадкового процесу. Це дає підстави для отримання спектральних характеристик ГЕН, які базуються на алгоритмах швидкого перетворення Фур'є.
4. Проведено дослідження закону розподілу ГЕН, яке показало, що не для всіх об'єктів, які досліджувались, витримується нормальний закон. В зв'язку з цим в загальному вигляді закон розподілу ГЕН можна апроксимувати розподілом Вейбула-Гнеденко, який при $\lambda=2,5$ та $\beta=4...4,5$ приймає вигляд F-розподілу.

Література

1. Миколаєнко В.М.; Аналіз ймовірних характеристик та моделювання графіків електричних навантажень промислових об'єктів. Ін-т енергозбереження та енергоменеджменту НТУУ "КПІ".- Київ, 2005. - 18с.: іл.- Бібліогр.: 41 назв. - Укр.- Деп. в ДНТБ України. 1.02.05. № 3-Ук 2005
2. Штором Р. Теория вероятностей. Математическая статистика. Статистический контроль качества. -М.: Мир, 1970. -368 с.
3. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М: Наука, 2001. - 366 с.
4. Кудрин Б.И. О теоретических основах и практике нормирования энергоснабжения. Журнал Промышленная энергетика № 6 2000г.
5. Куренной Э.Г., Погребняк Н.Н. Некорректность определения времени корреляции случайных процессов в системах электроснабжения методом эквивалентных площадей., Журнал Электричество №8 2001г. ст.10-13.
6. П.А. Черненко, В.І. Чухно Методы и алгоритмы оперативного анализа стационарного режима электропотребления в электрических системах с учетом изменения во времени узловых нагрузок. П.П.- 391, Киев 1984г.
7. Середа Л.А. Оценивание дисперсии линейних периодических коррелированных случайных процессов. - Киев: Киев.политех.ин-т, 1984. - 11с. Деп. В УкрНИИНТИ , №1000 - Ук-84Д
8. Гладишев Е.Г. Периодические и почти периодические коррелированные случайные процессы с непрерывным временем// Теория вероятностей и ее применение. -1963. - Т.8. - С.184-189.
9. Середа Л.А. Метод статистической проверки гипотезы об эквивалентности в среднеквадратическом смысле периодически коррелированных случайных процессов.- Киев: 1984. 13 с. Деп. в УкрНИИНТИ., № 1001 - Ук-Д84.