

ДИНАМИКА ПАРОВОЙ КАВЕРНЫ

Широкое распространение в тепло-технологических процессах получил принцип дискретно-импульсного ввода энергии (ДИВЭ). Данный принцип ориентирован на существенную интенсификацию теплопереноса и широко используется в гетерогенных и гомогенных жидкостных системах – в пищевой промышленности и др. [1]. Для корректного проектирования такого рода технологий и оборудования важно глубоко понимать не только физику происходящих при этом процессов, но и уметь прогнозировать устойчивость системы в зависимости от диапазона воздействия различных физических параметров. В качестве примера рассмотрим аспекты устойчивости системы дифференциальных уравнений в нелинейной постановке описывающей динамику одиночной паровой каверны.

Математическая модель динамики развития паровой каверны основана на уравнении Рейля и уравнении Клапейрона-Клаузиуса [2], описывающих связь между давлением и температурой на кривой фазового перехода. Указанную систему удобнее представить в следующем виде

$$\frac{d\bar{R}}{d\tau} = \vartheta,$$

$$\frac{d\vartheta}{d\tau} = -\frac{3}{2} \frac{\vartheta^2}{\bar{R}} - 4 \frac{\vartheta \cdot Lp}{\bar{R}^2} - 2 \frac{We}{\bar{R}^2} + \frac{\bar{p}-1}{\bar{R}},$$

$$T \frac{d\bar{p}}{dT} = \frac{1}{K_s}, \quad (1)$$

где

$$\bar{R} = \frac{R}{R_0}, \quad \tau = \frac{t}{R_0} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}},$$

$$\bar{p} = \frac{p_2}{p_1}, \quad Lp = \frac{\nu}{R_0} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}},$$

$$We = \frac{\sigma_s}{R_0 p_1}, \quad K_s = \frac{p_1(\rho_1 - \rho_2)}{H \rho_1 \rho_2}$$

безразмерные радиус полости, время, давления, а также числа Лапласа, Вебера и фазового перехода.

В эти комплексы входит R_0 — начальный радиус паровой полости, R — текущий радиус, t — время, n — кинематический коэффициент вязкости, γ_s — поверхностное натяжение, H — удельная теплота фазового перехода жидкость-пар, P — давление, s — плотность; индекс "1" относится к жидкой фазе, "2" — к паровой.

Приведем последнее уравнение системы (1) к автономному виду. Для этого преобразуем его следующим образом:

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{R}} = \frac{d\bar{p}}{d\tau} \frac{d\tau}{d\bar{R}} = \frac{1}{K_s T_s} \frac{\Delta T}{\Delta \bar{R}}, \quad (2)$$

где дифференциалы заменены конечными разностями в правой части. Здесь ΔT можно интерпретировать как перегрев жидкости относительно температуры насыщения T_s . Так как рассматривается процесс возникновения паровой каверны, то принимаем

$$\Delta \bar{R} = \bar{R} - \bar{R}_{нач}, \quad \bar{R}_{нач} \rightarrow 0.$$

Далее, учитывая формулу Лапласа о связи давления и кривизны поверхности раздела фаз, в соответствии с которой [2]

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{R}} < 0$$

и первое уравнение (1), перепишем (2) в следующем виде

$$\frac{d\bar{p}}{d\tau} = -\frac{\vartheta}{K_s T_s} \frac{\Delta T}{\bar{R}}$$

Теперь систему (1) можно представить в автономной форме

$$\frac{d\bar{R}}{d\tau} = \vartheta,$$

$$\frac{d\vartheta}{d\tau} = -\frac{3\vartheta^2}{2\bar{R}} - 4\frac{\vartheta L_p}{\bar{R}^2} - 2\frac{We}{\bar{R}^2} + \frac{\bar{p}-1}{\bar{R}},$$

$$\frac{d\bar{p}}{d\tau} = -\frac{\vartheta}{K_s T_s} \frac{\Delta T}{\bar{R}},$$

где T_s – температура насыщения,

ΔT – перегрев жидкости относительно температуры насыщения.

Решение системы получено с помощью пакета Mathematica при начальных условиях $\bar{R}(0) = \bar{p}(0) = 1, \vartheta(0) = 0$.

Для определения области существования пузырька необходимо определить область устойчивых решений системы уравнений (2) такая область показана на рис.1. С увеличением перегрева жидкости число Вебера растет, и увеличивается область устойчивости (область под кривой). При $\Delta T=0$, начиная от $L_p=0,001$ –

число Вебера устойчивости возрастает. Это объясняется тем, что при увеличении кинематического коэффициента вязкости значительно увеличивается и поверхностное натяжение жидкости.

На основании приведенной выше модели получены зависимости частоты и амплитуды пульсаций поверхности раздела фаз от относительного перегрева жидкости при различных параметрах поверхностного натяжения и кинематической вязкости. Было оценено влияние изменения значений поверхностного натяжения и кинематической вязкости на частоту (рис.2) и амплитуду пульсаций (рис.3) паровой каверны. Значение частоты f_0 соответствует перегреву жидкости ΔT_0 .

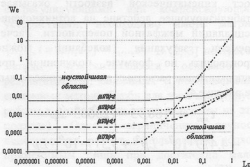


Рис. 1. Границы устойчивости.

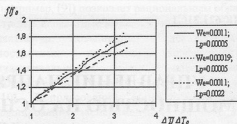


Рис. 2. Зависимость относительной частоты пульсаций f/f_0 от относительного перегрева жидкости.

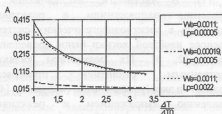


Рис. 3. Зависимость амплитуды пульсаций A от относительного перегрева жидкости.

Получено, что частота пульсаций мало зависит от изменения поверхностного натяжения и кинематической вязкости (соответственно числа Вебера и числа Лапласа), хотя с увеличением перегрева жидкости она возрастает, как показано на рисунке 2.

Поверхностное натяжение оказывают более сильное влияние на амплитуду пульсаций, чем кинематическая вязкость (рис. 3). При увеличении числа Вебера амплитуда пульсаций значительно возрастает, а при увеличении числа Лапласа - уменьшается. На рисунке 3 амплитуда пульсаций паровой каверны представлена в безразмерном виде, как отношение текущего радиуса к начальному.

При увеличении кинематической вязкости время затухания колебаний уменьшается, т. е. рост кинематической вязкости оказывает стабилизирующее действие на возникновение осцилляций межфазной поверхности. Расчет времени затухания колебаний можно производить по формуле, полученной при аппроксимации расчетных данных, приведенных на рисунке 4.

$$\begin{aligned} \tau_{\text{зт}} = & 1160,95 - 125603 \cdot Lp - \\ & - 4,419 \cdot 10^7 \cdot Lp^2 + 9,317 \cdot 10^9 \cdot Lp^3 - \\ & - 4,68 \cdot 10^{11} \cdot Lp^4. \end{aligned} \quad (3)$$

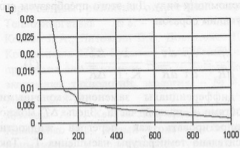


Рис. 4 показывает время затухания колебаний в зависимости от числа Лапласа.

В результате проведенного исследования определена степень влияния изменения кинематической вязкости и поверхностного натяжения на характерные осцилляции паровой полости.

Литература

1. Долинский А.А., Басок Б.И., Гулый С.И., Накорчевский А.И., Шурчкова Ю.А. Дискретно-импульсный ввод энергии в теплотехнологиях. — Киев: ИТТФ НАНУ, 1996, 208 с.
2. Кирилин В. А., Сычев В. В., Шейдлин А. Е. Техническая термодинамика — М.: Энергоатомиздат, 1983, 448 с.